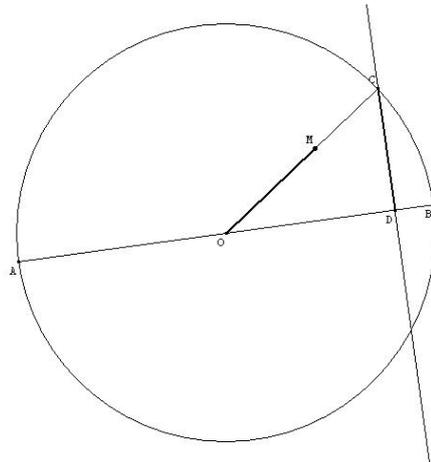


Le grand huit

Énoncé¹

Étant donné un cercle BO et un diamètre AB ,
menez un rayon quelconque OC ,
tracez CD perpendiculairement sur AB ,
et prenez $OM=CD$:
on demande le lieu du point M .



1. Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie

(a) À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, simuler la situation décrite ci-dessus.

(Ind. : On pourra utiliser Geoplan-Geospace)

Appeler le professeur pour vérification

(b) Faire afficher les traces que laisse M lorsque C décrit le cercle de diamètre AB . Conjecturer le type de courbe.

Appeler le professeur pour vérification

2. Démonstration

On se place dans le repère orthonormé $(O ; \vec{OB}, \vec{OB}')$, de sorte que le cercle de diamètre AB devienne le cercle trigonométrique.

(a) On suppose ici que C parcourt le demi-cercle supérieur. On appelle I le point de coordonnées $(0;0,5)$

Après avoir écrit la relation de multiplicité qui existe entre les vecteurs \vec{OM} et \vec{OC} , montrer que les coordonnées de M sont alors $(\sin \alpha \times \cos \alpha ; \sin^2 \alpha)$, où α est une mesure en radian de l'angle orienté $(\vec{OB} ; \vec{OC})$, calculer la longueur IM et conclure.

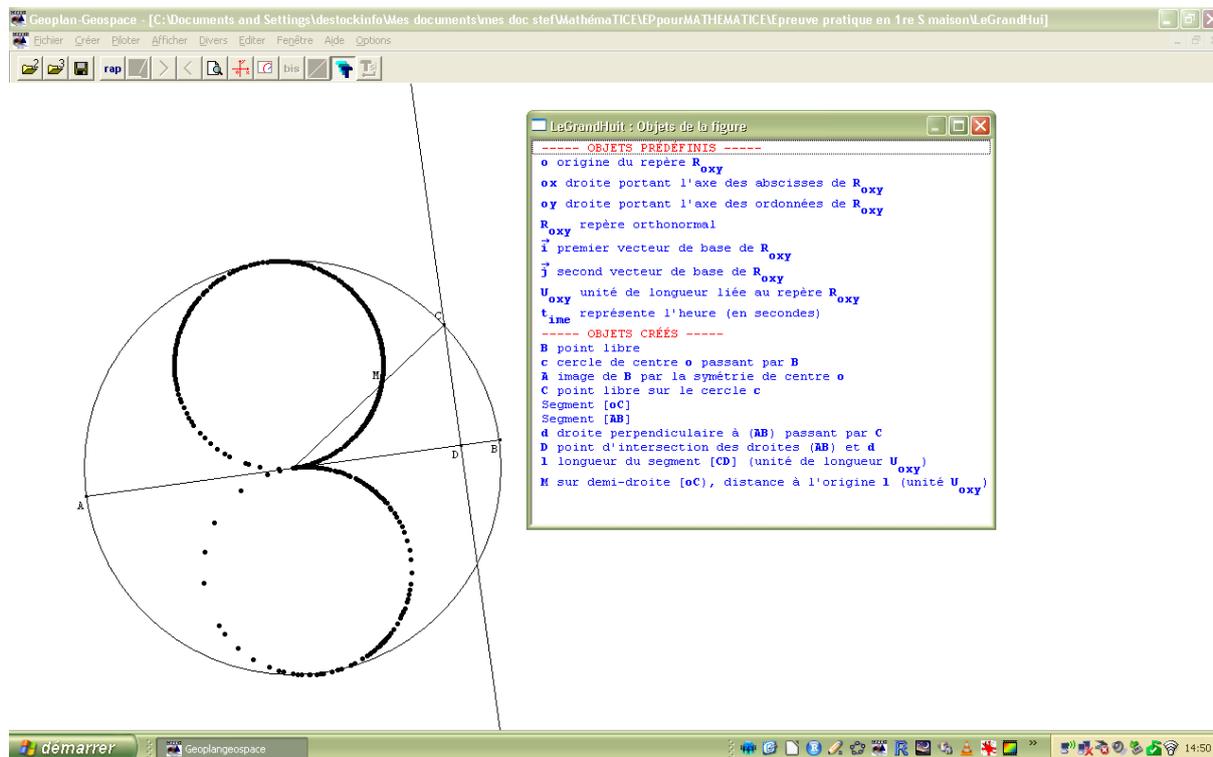
(b) Adapter la démonstration au cas où C décrit le demi-cercle inférieur.

Production attendue

- Réponses écrites aux questions 1.(b) et 2.
- Obtention à l'écran de la figure correspondant aux hypothèses au 1.(a) avec éventuellement impression.

¹ L'énoncé, fidèlement recopié sans "traduction", est extrait de « Eléments de Géométrie » par A.M LEGENDRE, avec additions et modifications par M.A. Blanchet, 1864

Un exemple de travail avec Geoplan-Geospace :



Geoplan-Geospace - [C:\Documents and Settings\destockinfo\Mes documents\mes doc stef\Mathématique\pour\MATHEMATICE\preuve pratique en 1re S maison\LeGrandHuit]

----- OBJETS PRÉDÉFINIS -----
o origine du repère R_{oxy}
ox droite portant l'axe des abscisses de R_{oxy}
oy droite portant l'axe des ordonnées de R_{oxy}
 R_{oxy} repère orthonormal
 \vec{i} premier vecteur de base de R_{oxy}
 \vec{j} second vecteur de base de R_{oxy}
 U_{oxy} unité de longueur liée au repère R_{oxy}
t_time représente l'heure (en secondes)
----- OBJETS CRÉÉS -----
B point libre
c cercle de centre o passant par B
A image de B par la symétrie de centre o
C point libre sur le cercle c
Segment [oC]
Segment [AB]
d droite perpendiculaire à (AB) passant par C
D point d'intersection des droites (AB) et d
l longueur du segment [CD] (unité de longueur U_{oxy})
M sur demi-droite [oC), distance à l'origine l (unité U_{oxy})