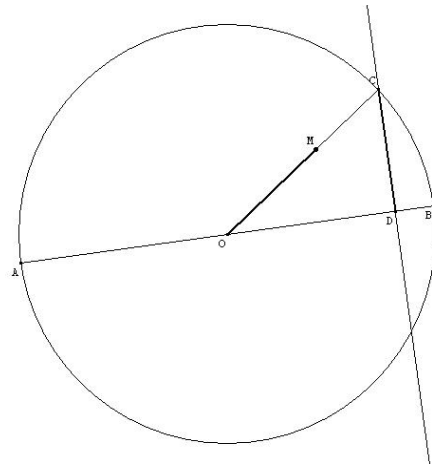


Le grand huit

Énoncé¹

Étant donné un cercle BO et un diamètre AB ,
menez un rayon quelconque OC ,
tracez CD perpendiculairement sur AB ,
et prenez $OM=CD$:
on demande le lieu du point M .



1. Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie

(a) À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, simuler la situation décrite ci-dessus.

(Ind. : On pourra utiliser Geoplan-Geospace)

Appeler le professeur pour vérification

(b) Faire afficher les traces que laisse M lorsque C décrit le cercle de diamètre AB . Conjecturer le type de courbe.

Appeler le professeur pour vérification

2. Démonstration

On se place dans le repère orthonormé $(O ; \vec{OB}, \vec{OB}')$, de sorte que le cercle de diamètre AB devienne le cercle trigonométrique.

(a) On suppose ici que C parcourt le demi-cercle supérieur. On appelle I le point de coordonnées $(0;0,5)$

Après avoir écrit la relation de multiplicité qui existe entre les vecteurs \vec{OM} et \vec{OC} , montrer que les coordonnées de M sont alors

$(\sin \alpha \times \cos \alpha ; \sin^2 \alpha)$, où α est une mesure en radian de l'angle orienté $(\vec{OB} ; \vec{OC})$, calculer la longueur IM et conclure.

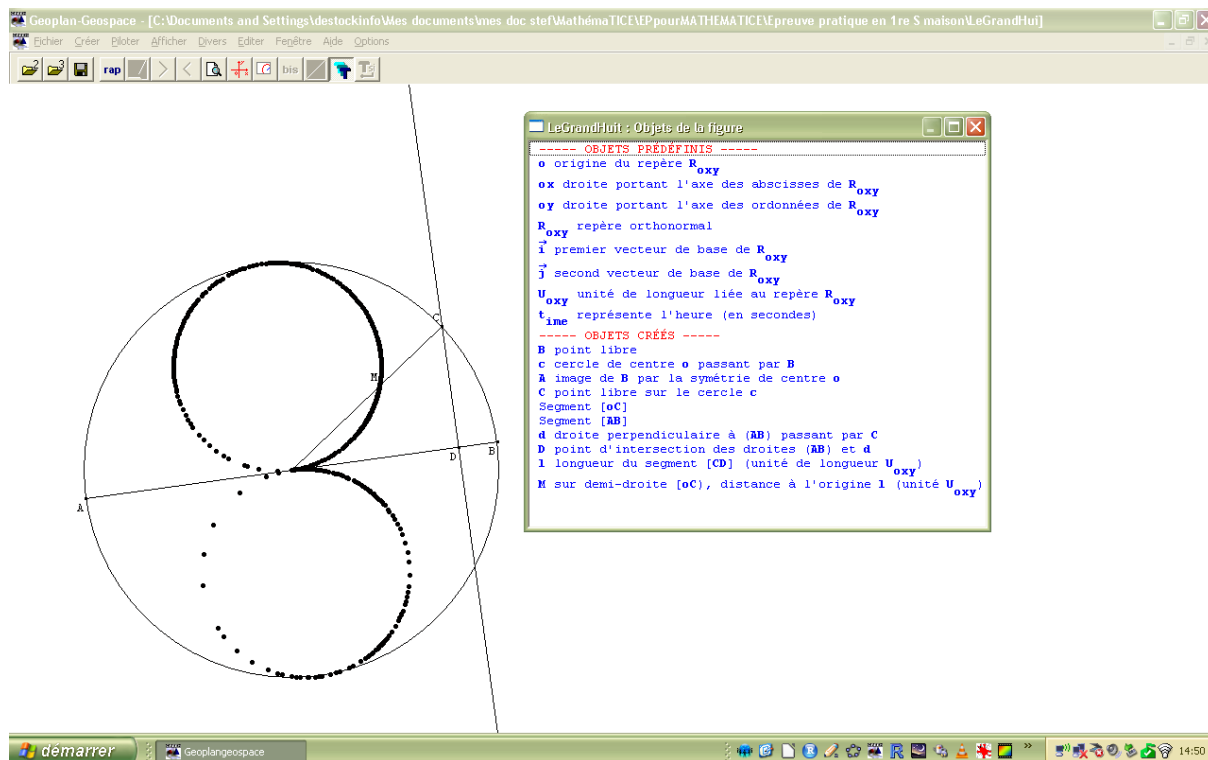
(b) Adapter la démonstration au cas où C décrit le demi-cercle inférieur.

Production attendue

- Réponses écrites aux questions 1.(b) et 2.
- Obtention à l'écran de la figure correspondant aux hypothèses au 1.(a) avec éventuellement impression.

¹ L'énoncé, fidèlement recopié sans "traduction", est extrait de « Eléments de Géométrie » par A.M LEGTAN, avec additions et modifications par M.A. Blanchet, 1864

Un exemple de travail avec Geoplan-Geospace :



The screenshot shows the Geoplan-Geospace software interface. The main window displays a geometric construction on a coordinate system. A circle with center O and radius OB is shown. A point A is on the circle. A line (AB) is drawn. A perpendicular line d is drawn through C to (AB) . Point D is the intersection of (AB) and d . A point M is on the ray (OC) . A circle c is drawn with center O passing through B . A point A' is the reflection of B across O . A point C is on the circle c . A segment $[AC]$ is drawn. A segment $[AB]$ is drawn. A line d is drawn perpendicular to (AB) passing through C . Point D is the intersection of (AB) and d . A point M is on the ray (OC) . A circle c is drawn with center O passing through B . A point A' is the reflection of B across O . A point C is on the circle c . A segment $[AC]$ is drawn. A segment $[AB]$ is drawn. A line d is drawn perpendicular to (AB) passing through C . Point D is the intersection of (AB) and d . A point M is on the ray (OC) .

The object list window, titled "LeGrandHuit : Objets de la figure", contains the following text:

```
----- OBJETS PRÉDÉFINIS -----  
o origine du repère  $R_{oxy}$   
ox droite portant l'axe des abscisses de  $R_{oxy}$   
oy droite portant l'axe des ordonnées de  $R_{oxy}$   
 $R_{oxy}$  repère orthonormal  
 $\vec{i}$  premier vecteur de base de  $R_{oxy}$   
 $\vec{j}$  second vecteur de base de  $R_{oxy}$   
 $U_{oxy}$  unité de longueur liée au repère  $R_{oxy}$   
t_time représente l'heure (en secondes)  
----- OBJETS CRÉÉS -----  
B point libre  
c cercle de centre o passant par B  
A image de B par la symétrie de centre o  
C point libre sur le cercle c  
Segment [oC]  
Segment [AB]  
d droite perpendiculaire à (AB) passant par C  
D point d'intersection des droites (AB) et d  
l longueur du segment [CD] (unité de longueur  $U_{oxy}$ )  
M sur demi-droite (oC), distance à l'origine l (unité  $U_{oxy}$ )
```