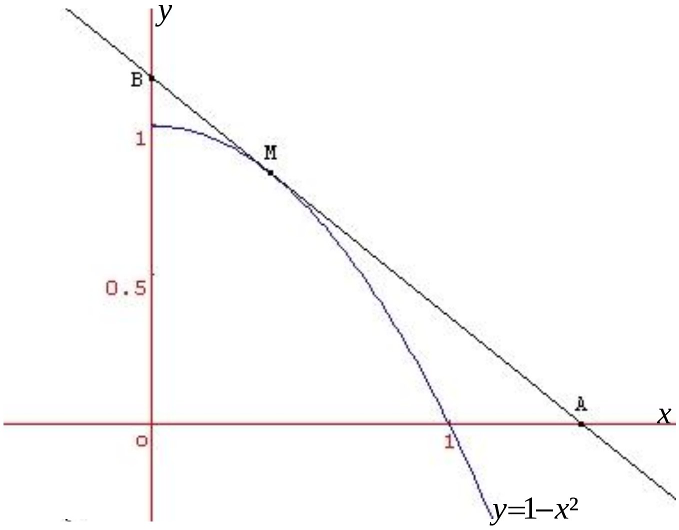
Le plus petit triangle adossé à une parabole

Énoncé

La tangente en $M(x,y)$ à la parabole d'équation $y=1-x^2$ coupe (Ox) en A et (Oy) en B ($x>0$, $y>0$).

Déterminer M pour que l'aire du triangle AOB soit minimale.



1. **Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie**

(a) À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, simuler la situation décrite ci-dessus.

(*Ind. : On pourra utiliser Geoplan-Geospace)*

Appeler le professeur pour vérification

(b) En déduire une valeur approchée de la valeur de x (abscisse de M) qui rend minimale l'aire du triangle. Déterminer, toujours grâce au logiciel, une valeur approchée de cette aire minimale.

Appeler le professeur pour vérification

2. **Démonstration**

Rédiger une solution, à l'aide des éléments suivants, à justifier :

➔ $A\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2x};0\right)$; $B(0;x^2+1)$

➔ On est ramené à déterminer le minimum de :

$$x\in]0;1] \mapsto a(x)=\frac{1}{4}\left(x^3+2x+\frac{1}{x}\right).$$

Production attendue

- Réponses écrites aux questions 1.(b) et 2.
- Obtention à l'écran de la figure correspondant aux hypothèses au 1.(a) avec éventuellement impression.

Un exemple de travail avec Geoplan-Geospace :