Algorithmes et simulations en probabilités avec LARP

Stéphan MANGANELLI, LEGTA « Louis Giraud » de CARPENTRAS-SERRES (84)

Bonjour.
Je m'appelle Stéphan MANGANELLI, et j'enseigne les mathématiques au lycée agricole "Louis Giraud" de Carpentras-Serres (84).
Responsable de la filière S, j'ai bien été contraint de me mettre à l'algorithmique...

Quand on lit les objectifs des programmes scolaires, il s'agit essentiellement pour un premier apprentissage dirons-nous, de (re)mettre en lumière le procédé qu'est l'algorithme, en comprendre les rouages et se familiariser avec, pour une utilisation raisonnée et raisonnable dans la démarche scientifique, à ce niveau d'étude.
Il est recommandé de présenter les algorithmes en "langage naturel" et de les mettre en œuvre avec un langage de programmation ; dès lors, la calculatrice étant pour l'instant (épreuve pratique en sommeil) le seul outil de programmation à disposition des élèves en épreuve, il paraît incontournable de l'utiliser comme tel.
Rien n'empêche, bien au contraire, de sensibiliser les élèves à d'autres outils de programmation (avec langage propre) ; je citerai ici ***R***, très complet et performant, et je vous renvoie aux articles de mon collègue Hubert RAYMONDAUD qui le présente.

Pour ma part, ma modeste contribution ici, consiste à vous présenter en quelques lignes un logiciel - certes, direz vous, un de plus - mais j'allais plutôt dire **LE logiciel pour l'algorithmique** comme le conçoit nos programmes...
Il s'agit de **LARP,** logiciel gratuit mais pas libre, que l'on peut charger ici
http://www.marcolavoie.ca/larp/fr/default.htm
Je voudrais ici de suite rendre hommage à son créateur Marco LAVOIE, mais aussi à Bernard EGGER collègue de Marseille, spécialiste en son genre, et qui me l'a fait découvrir.
Des collègues de l'ENFA, responsables de la revue Py-Math, ont aussi produit cette présentation
http://r2math.enfa.fr/wp-content/uploads/2012/09/21-6-larp.pdf

Moi qui suis loin, mais alors très loin, d'être un passionné ou fana d'informatique, il ne m'a fallu que très peu de temps pour comprendre, et déjà organiser et faire tourner ne serait-ce que les algorithmes des sujets de Bac (boucle et test au programme...) ; car en effet,

1. non seulement on écrit à la main (disons "à la souris et clavier") l'algorithme en français sous la forme directe d'un ***organigramme*** classique (bulles entrée/sortie, bulles boucles de calcul, etc.)

2. mais on peut l'**exécuter** en direct-live !

3. et même mieux, voir évoluer le traitement "**pas à pas**" si on le souhaite ! (régler la vitesse et jouer avec les élèves à anticiper la procédure, les chemins pris, ...)

AUCUNE PERTURBATION (prise de tête) INUTILE, DUE À UN QUELCONQUE CHOIX ET APPRENTISSAGE D'UN LANGAGE MACHINE PARTICULIER

4. mais si l'on veut, en plus, il propose une traduction en ***pseudo-code*** qui se rapproche d'un "langage naturel" qui pourra être utilisé éventuellement dans un deuxième temps (sur calculatrice par exemple ;

Bref, j'ai trouvé cela génial pour une première initiation.
La manipulation est à la fois **ludique**, **pédagogique** et **facile à prendre en main**.
Pour l'instant donc il ne m'a pas fallu faire grande recherche...
Essayez, vous verrez !

Je suis donc pour l'instant à peu près persuadé que cela suffit amplement pour le travail en algorithmique demandé dans nos programmes aujourd'hui.
Que les profs de Seconde (entre autres) s'y attardent quelques instants, cela devrait vraiment capter leur intérêt !!!
Quelques limites sont à noter pour l'instant à première vue...si l'on veut faire plus que de l'algorithmique simple, et par exemple

- Pour les calculs de Statistique et de probabilités, quelles que soient les séries et les lois, ce n'est pas pratique ; plus précisément : aucun outil de description des séries statistiques. Il faut programmer tous les descripteurs même élémentaires (moyennes, variance, quantiles ...). Je n'ai pas encore exploré la possibilité (existe t-elle ?) de faire des sous programmes (modules auxiliaires) enregistrés séparément, de façon à monter une bibliothèque.
  Ce qui fait que pour explorer les séries résultats de simulations, c'est assez pénible.
  Pas de commande de tri d'une liste, ce qui est très gênant pour la détermination des statistiques de rang, mais très intéressant pour la recherche, la mise en œuvre et la comparaison de l'efficacité de différents algorithmes de tri... (voir *TriBulle1.larp*).
- Faire des graphiques : y a pas !
- Pas de factorielle, ni de combinaisons, ... (voir *ProbaBinoAB3Modules.larp*)
- Programmation séquentielle basique : ni objet, ni fonctionnelle.
- Le logiciel n'est plus développé.

C'est alors là que le prolongement avec **R** devient intéressant voire indispensable !

Mais, encore une fois, je prétends que l'on peut atteindre facilement l'objectif du programme lycée en algorithmique, avec LARP.

Mes premiers essais en PROBABILITÉS...

PPile.larp : sur le sens fréquentiste de la probabilité avec le pile ou face (2^{de})

DedeP.larp : sur le sens fréquentiste de la probabilité avec « Dédé » (2^{de})

ProPu.larp : sur le sens fréquentiste de la probabilité pour punaise paramétrable (2^{de})

Croix-Pile.larp : le croix-pile de d'Alembert (2^{de})

Monte-CarloPourLn.larp : calculer l'aire sous une courbe par la méthode de Monté-Carlo (T^{le} S)

SimulBino.larp : simuler Xbino (valeurs aléatoires à distribution binomiale) pour calculer une estimation de P(X=k) (1^{re} S)

Enfin, l'exercice ci-dessous a nécessité réflexion… Les probabilités binomiales sont calculées par récurrence pour tenir compte de l'absence de commandes de calcul de factorielles et de combinaisons.

IntervalFluctuBino.larp : le fameux intervalle de fluctuation de Xbino (comme proposé dans le programme de 1^{re} S)
Tous ces fichiers larp (extension .larp) contenant les "organigrammes exécutables" sont consignés dans le dossier **FichiersLarpManganelli.zip**, attaché.

Dans le document **MathTice_2ImpEc.odt**, attaché, vous trouverez des copies d'écran d'exemples d'utilisation des "organigrammes exécutables" et de résultats obtenus. Pour des raisons pratiques il est possible que certains organigrammes ne figurent pas complètement sur les copies d'écran.

Pour construire ou modifier un "organigramme exécutable" avec LARP, il suffit de faire cliquer-glisser les modèles de gauche que l'on veut, de les double-cliquer pour les rendre actifs et de les compléter à souhait…
Un jeu d'enfant, c'est le cas de dire...

☞ **Motivations pour cet article… (voir atelier Raymondaud-Manganelli, Journées APMEP de Grenoble, 2011)**

1° Depuis peu la simulation et l'algorithmique sont omniprésentes dans les programmes de la *Seconde* à la *Terminale*. Pour être menées de façon efficace et attrayante, elles demandent un investissement intellectuel et technique non négligeables car il faut mettre en œuvre des stratégies que l'on ne rencontre pas habituellement dans la résolution classique des problèmes de mathématiques à ce niveau. C'est donc une bonne occasion de promouvoir des outils et méthodes pour construire et faire fonctionner des algorithmes mettant en œuvre les probabilités.
Non seulement pour illustrer des notions délicates de cours (convergences, distributions de variables et de statistiques), mais aussi pour ouvrir la voie, dans l'enseignement secondaire et supérieur court, à l'utilisation de la simulation pour résoudre des problèmes de probabilités. Cela peut constituer une alternative intéressante pour les élèves peu à l'aise avec la modélisation mathématique classique en probabilités.
L'algorithmique peut être ainsi valorisée, en passant du statut d'exercice d'école à celui d'outil de résolution de problèmes.
Les exemples choisis ici mêlent algorithmique, simulation et probabilités, dans le cadre des programmes de Statistique et probabilités de *Seconde*, *Première* et *Terminale*.

2° La simulation : une alternative théorique et didactique, peu habituelle

Monte-Carlo, Bootstrap, Jacknife, Randomisation … sont autant de méthodes basées sur la simulation et dont les fondements théoriques, la mise en œuvre et l'utilisation se sont développés et ont pris un essor considérable au XX^{e} siècle. Les langages spécifiques (**R**, SAS, StatGraphics, SPSS, ResamplingStats, Statistics101 …) ont beaucoup fiabilisé et simplifié la mise en œuvre de procédures de simulation. Une dizaine de commandes suffisent pour simuler et exploiter un grand éventail de situations probabilistes. Il n'en faut pas plus pour que l'on pense à leur utilisation au collège et au lycée.

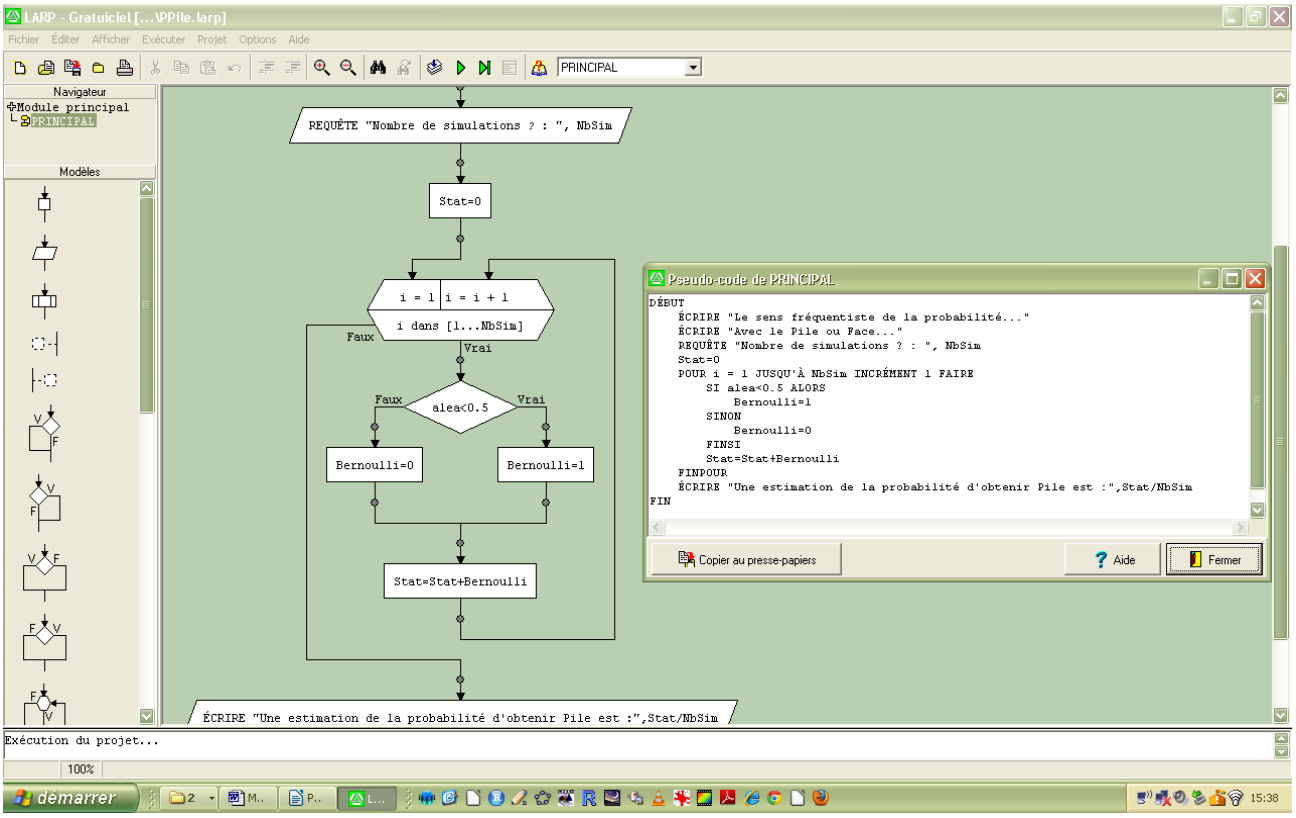
En quoi consiste l'alternative de la simulation dans l'enseignement des probabilités ?

Elle est basée sur l'approche dite ***fréquentiste*** des probabilités, illustrée dans le modèle par un théorème mathématique dû à Bernoulli, appelé « **loi des grands nombres** », et qui rend compte de ceci : « *Lorsqu'on répète un grand nombre de fois une expérience, la fréquence d'une issue possible se stabilise au fur et à mesure que le nombre de répétitions augmente. La valeur théorique de la probabilité attachée à cette issue, peut être alors estimée (mesurée) par cette fréquence stabilisée.* »

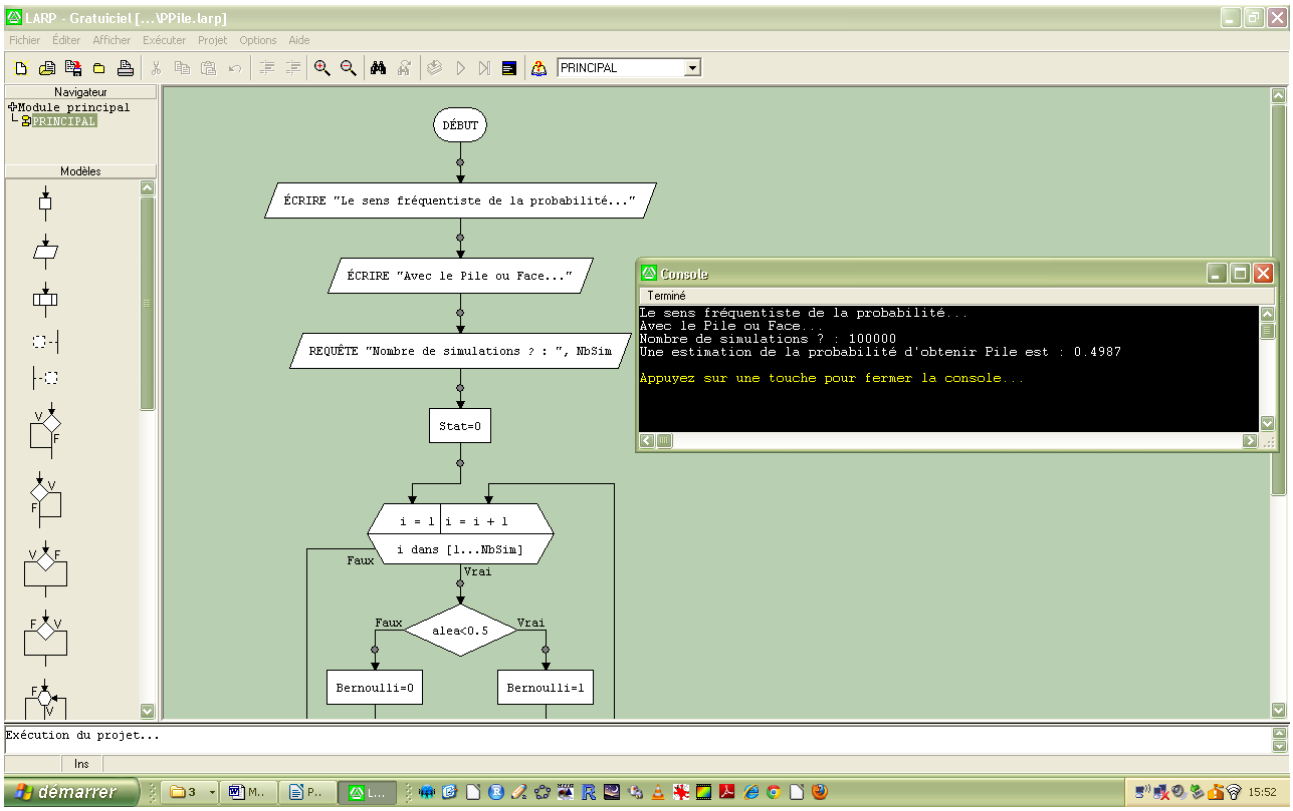
► Dans le Croix-Pile de d'Alembert par exemple, une difficulté survient quand il s'agit, dans la modélisation, de tenir compte du fait que la partie s'arrête lorsque le joueur gagne ("amène" croix). Les élèves ont du mal à construire l'univers des résultats possibles, qui est bien constitué des quatre couples (**P**,**P**),(**F**,**F**), (**F**,**P**), (**P**,**F**). La simulation permet de "mimer" l'expérience réelle, avec le jeu qui s'arrête lorsque l'on gagne, et de conjecturer l'univers du modèle et sa distribution de probabilité.

► Dans le calcul de « l'aire sous ln », n'ayant pas de primitive à portée de main, on peut trouver ainsi une issue en la méthode de Monte-Carlo (méthode qui par certains aspects reste critiquable…).
Ces alternatives permettent aux élèves peu à l'aise avec la modélisation, de faire de la simulation un véritable outil de résolution de problèmes de probabilités [Dans le domaine de l'inférence statistique par exemple, on peut ainsi montrer que l'on peut obtenir la distribution simulée de Statistiques dont on ne sait pas déterminer la distribution théorique exacte].

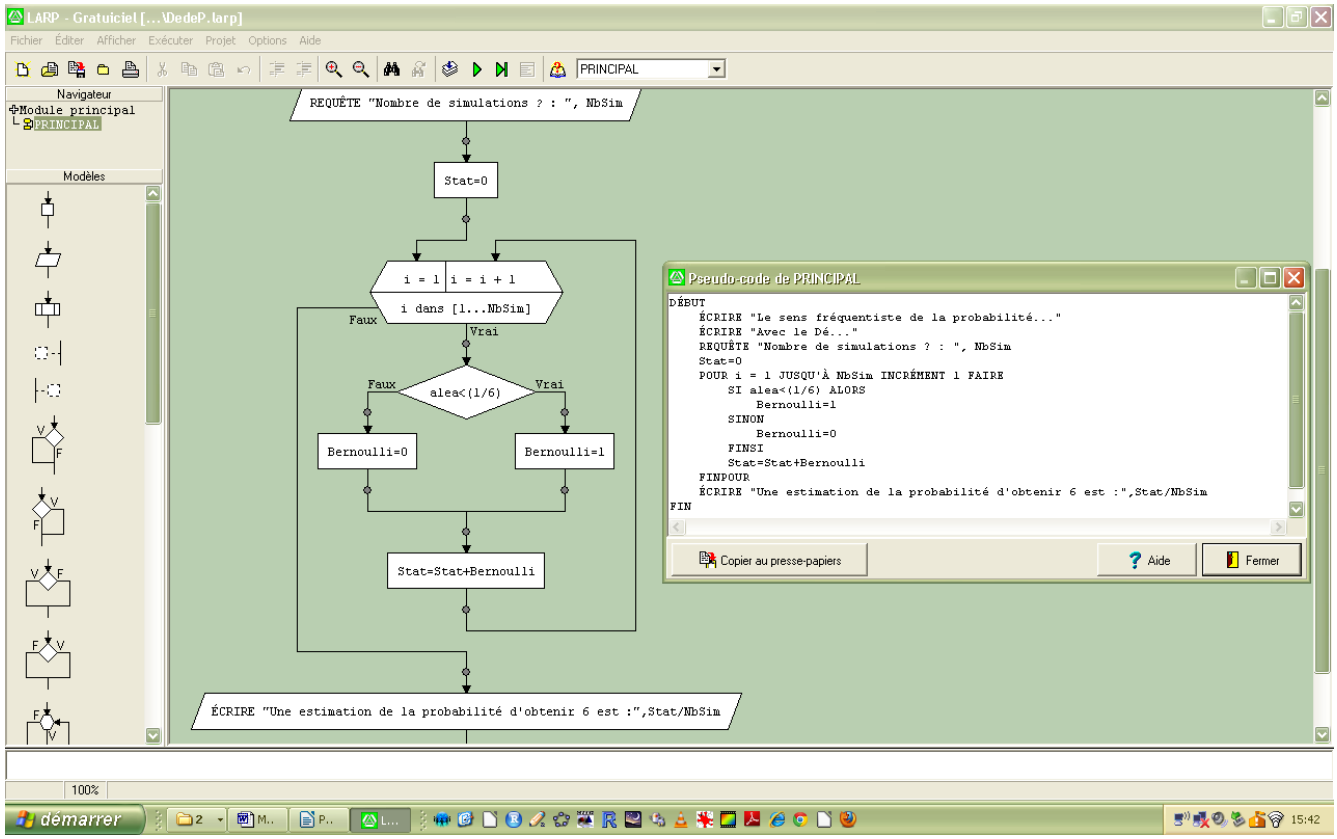
PPile.larp : sur le sens fréquentiste de la probabilité avec le pile ou face (2de)



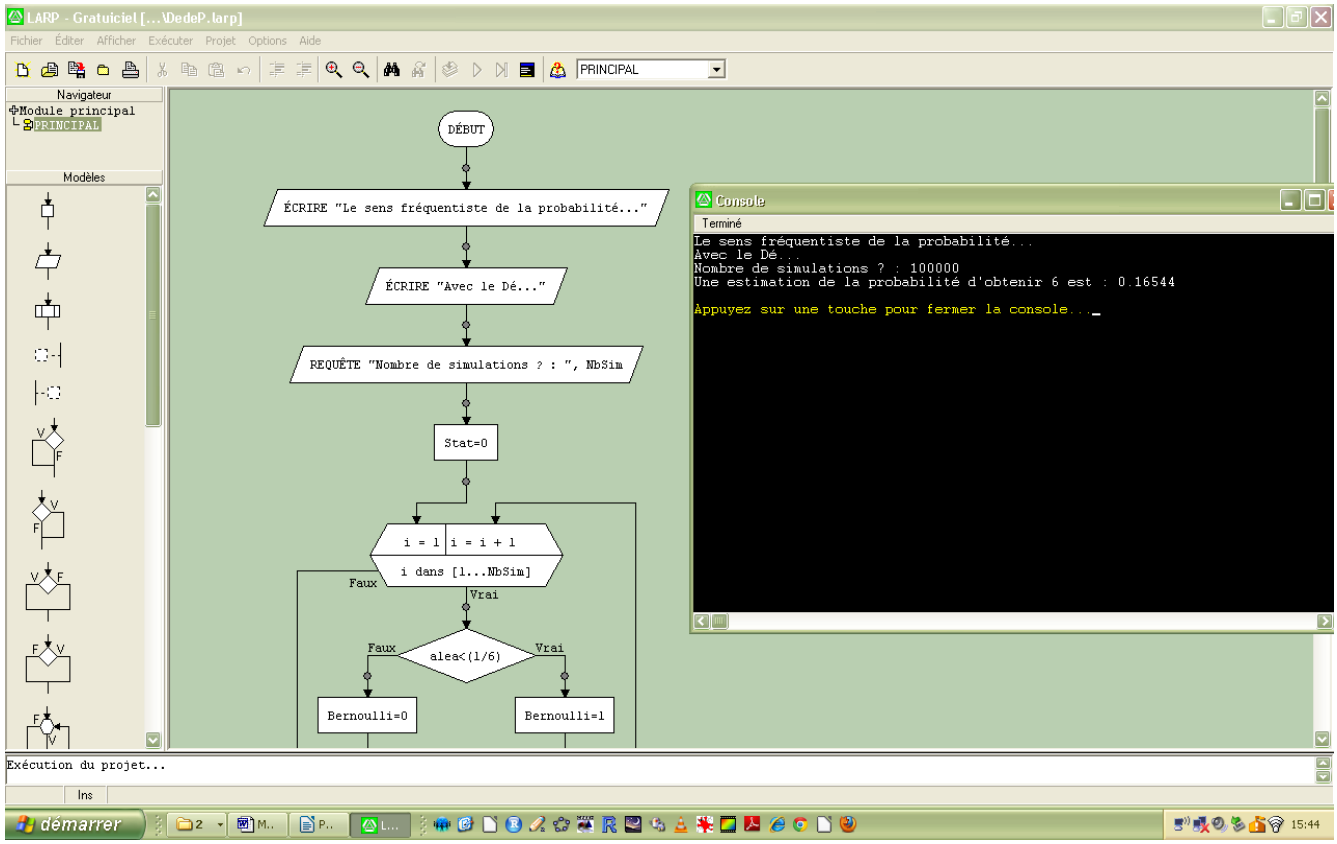
et avec la valeur renvoyée par l'algorithme après exécution…



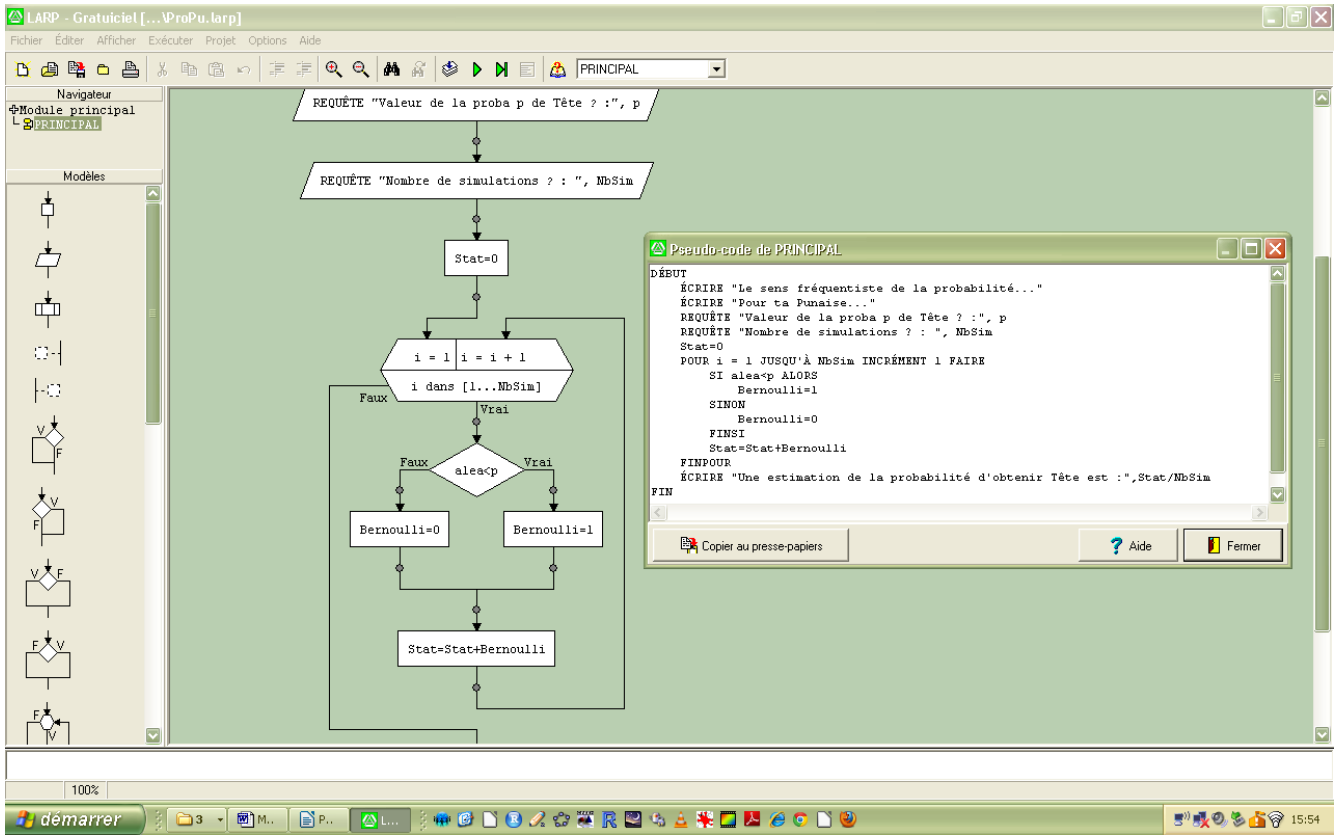
DedeP.larp : sur le sens fréquentiste de la probabilité avec « Dédé » (2de)



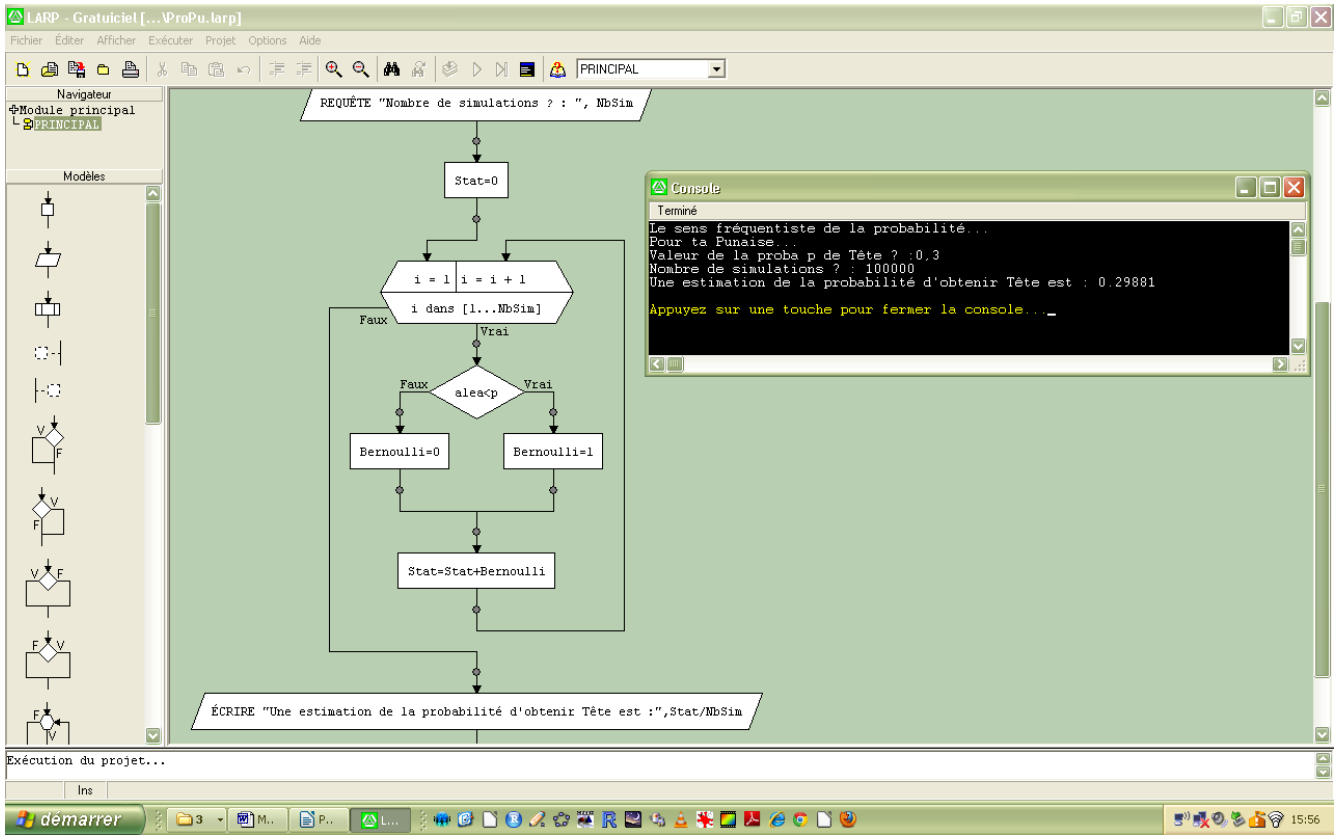
et avec la valeur renvoyée par l'algorithme après exécution…



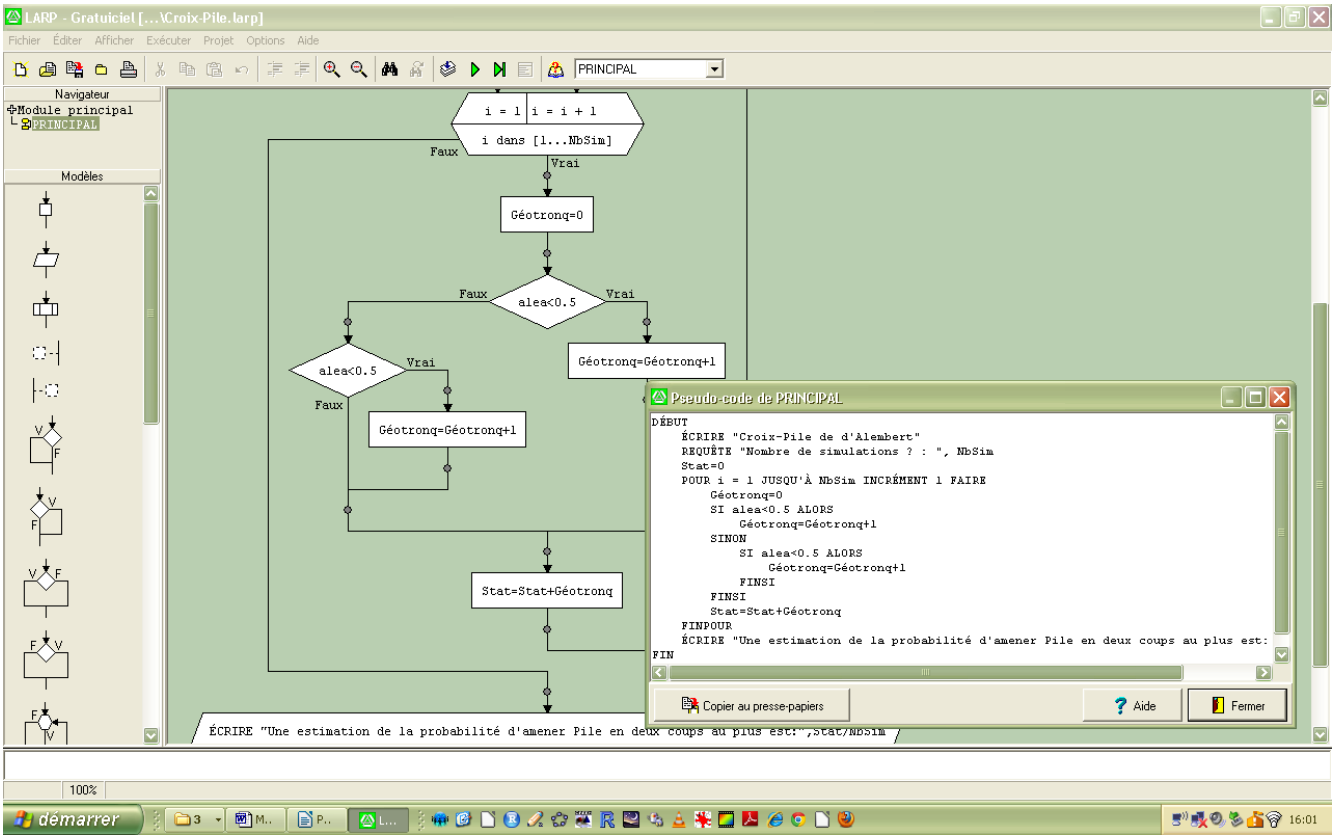
ProPu.larp : sur le sens fréquentiste de la probabilité pour punaise paramétrable (2de)



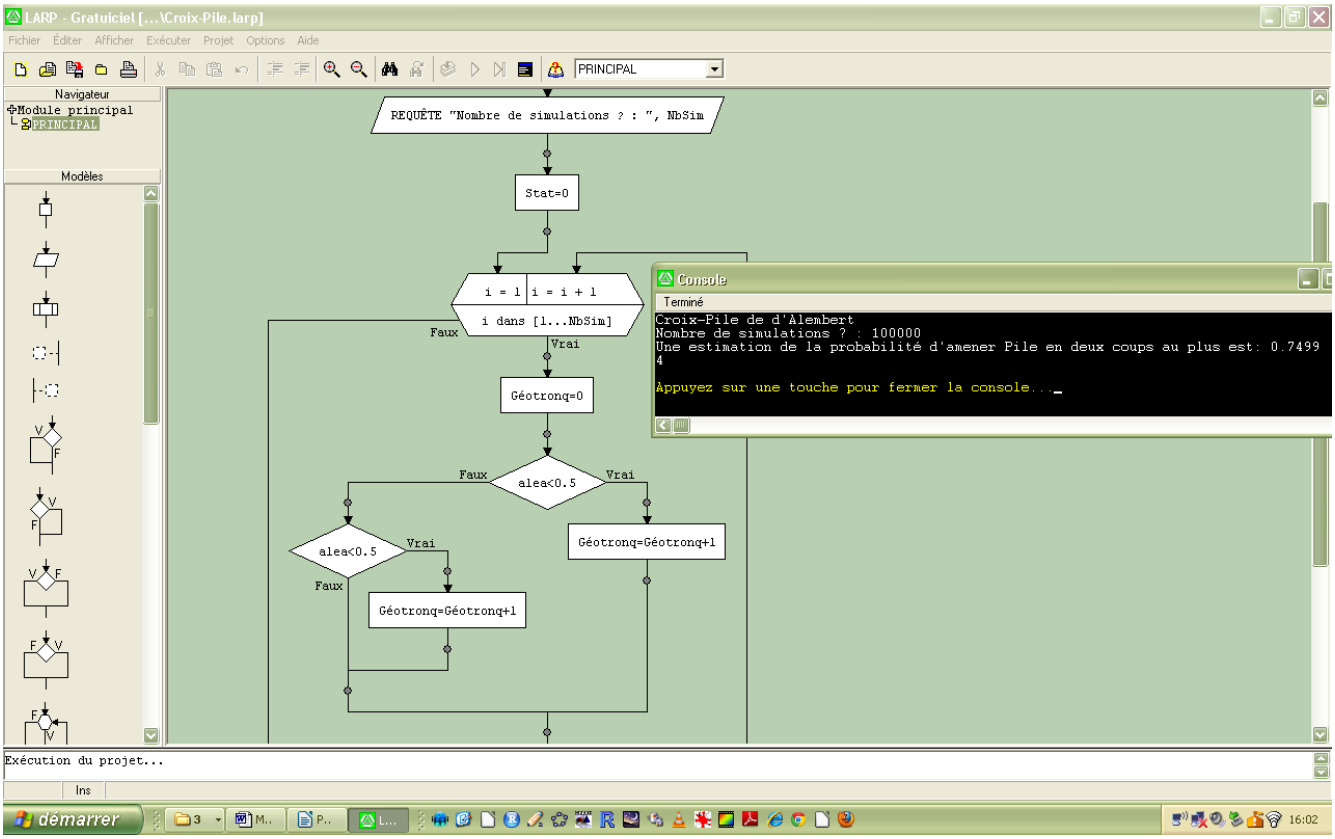
et avec la valeur renvoyée par l'algorithme après exécution…



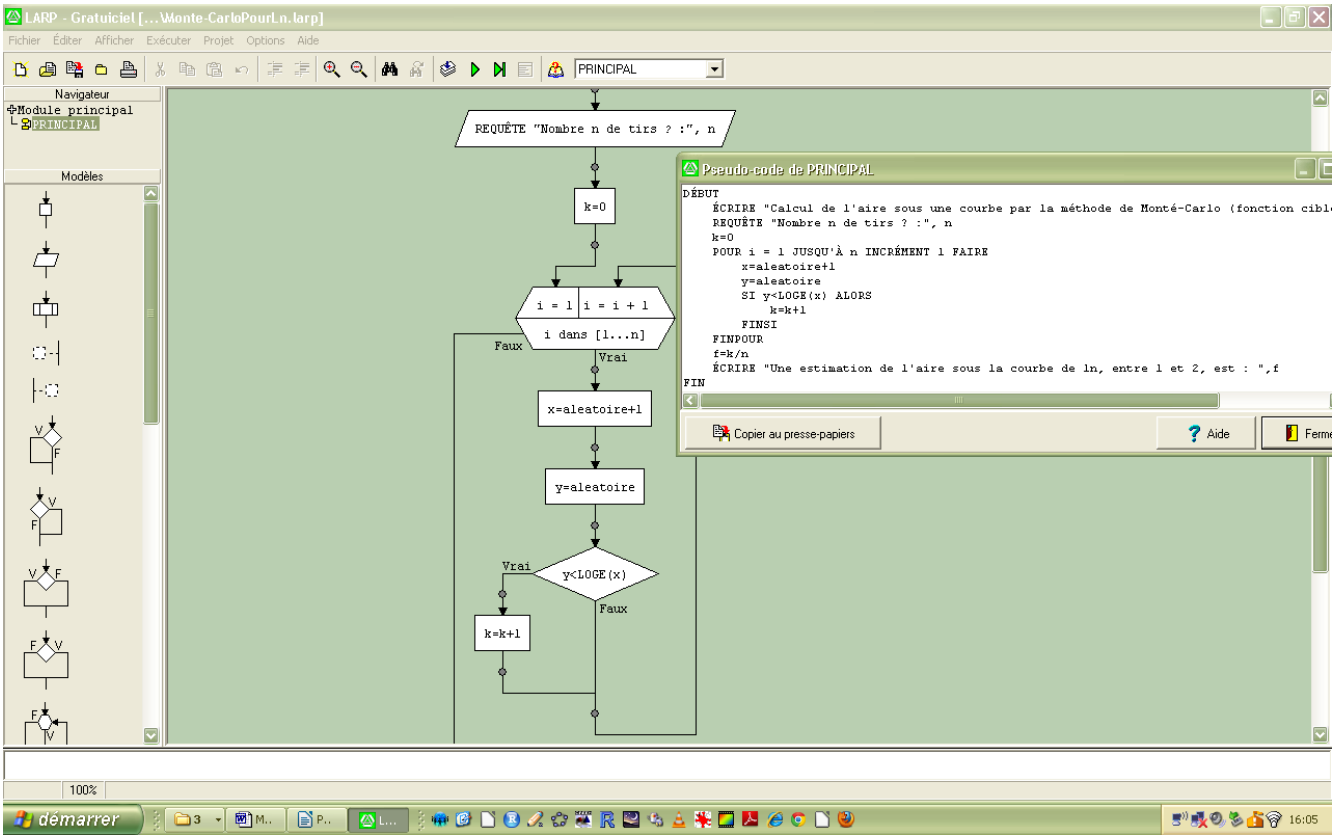
Croix-Pile.larp : le croix-pile de d'Alembert (2de)



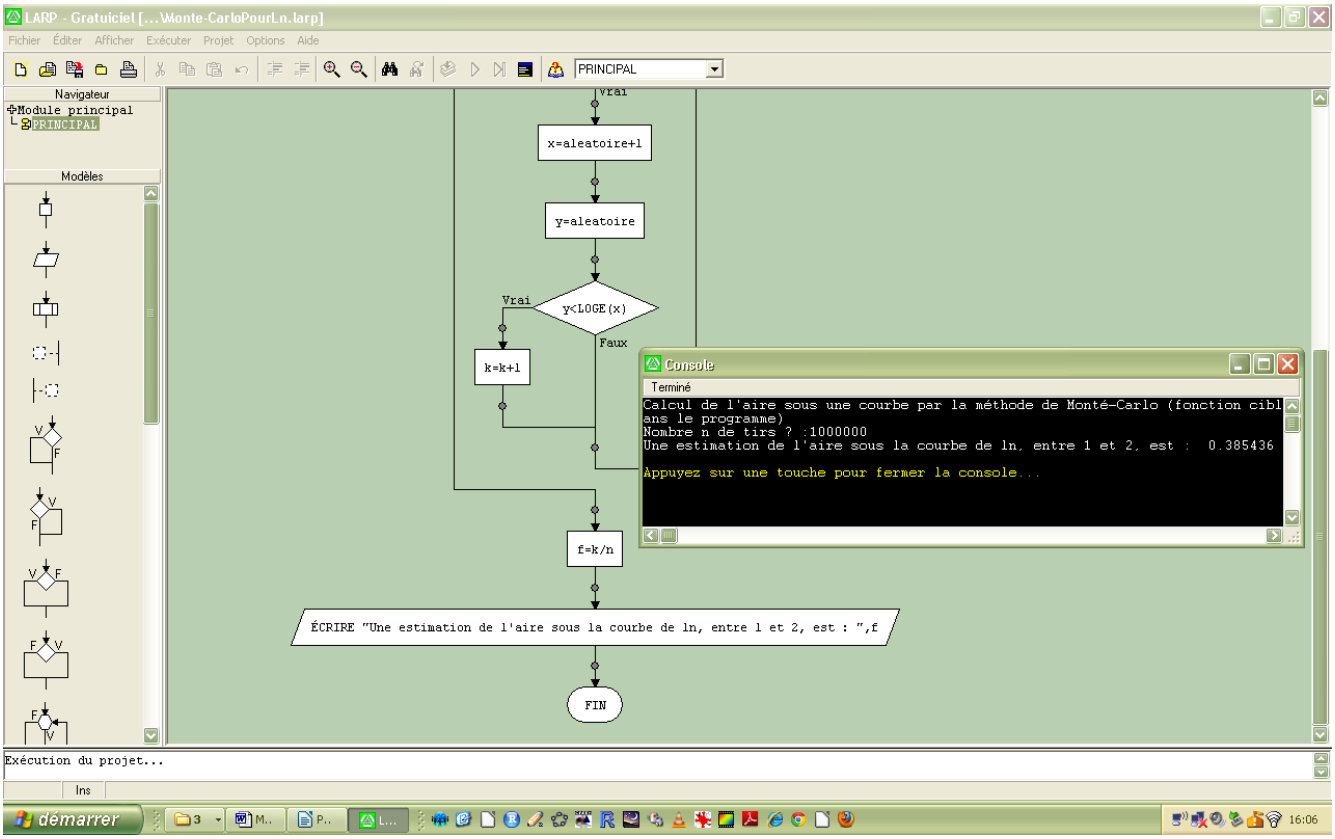
et avec la valeur renvoyée par l'algorithme après exécution…



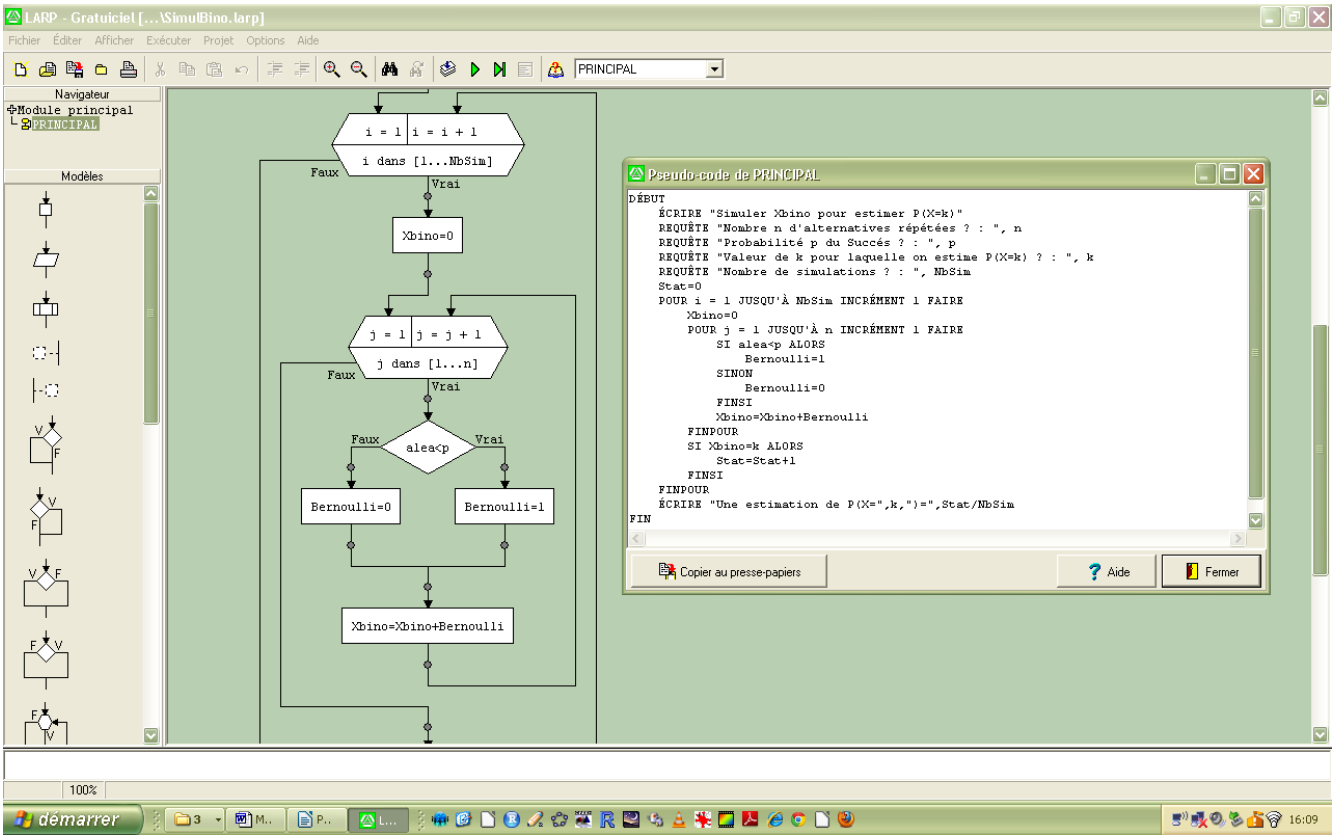
Monte-CarloPourLn.larp : calculer l'aire sous une courbe par la méthode de Monté-Carlo (T^le^ S)



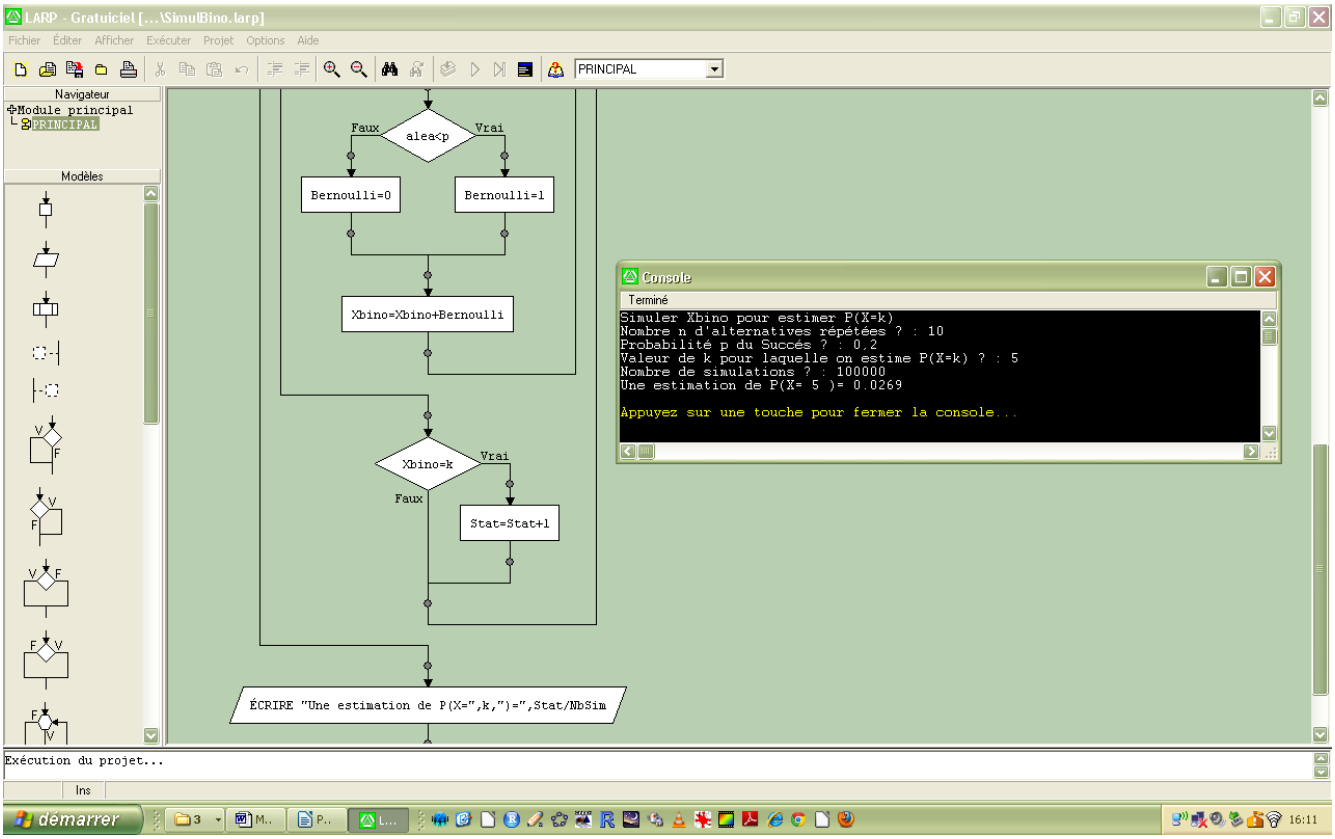
et avec la valeur renvoyée par l'algorithme après exécution…



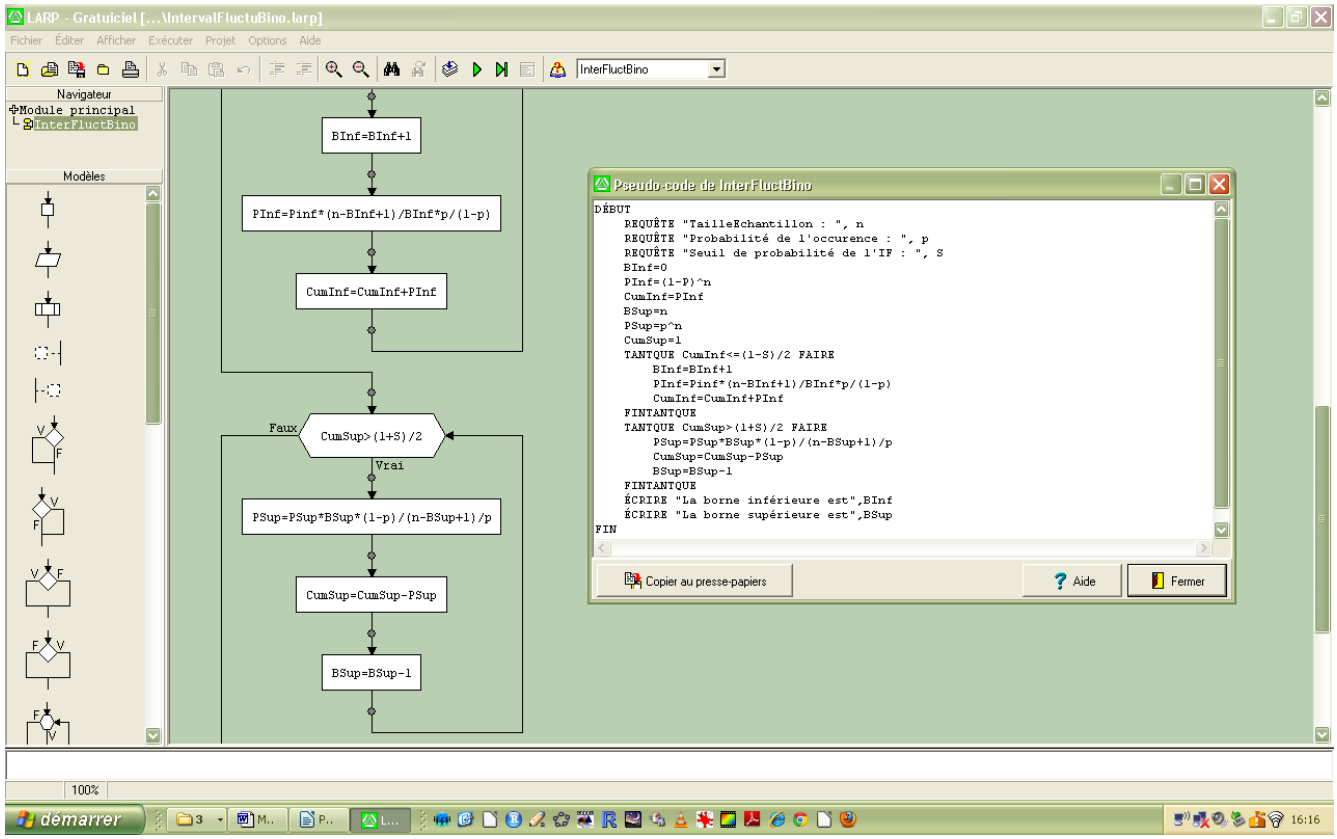
SimulBino.larp : simuler Xbino (valeurs aléatoires à distribution binomiale) pour calculer une estimation de P(X=k) (1re S)



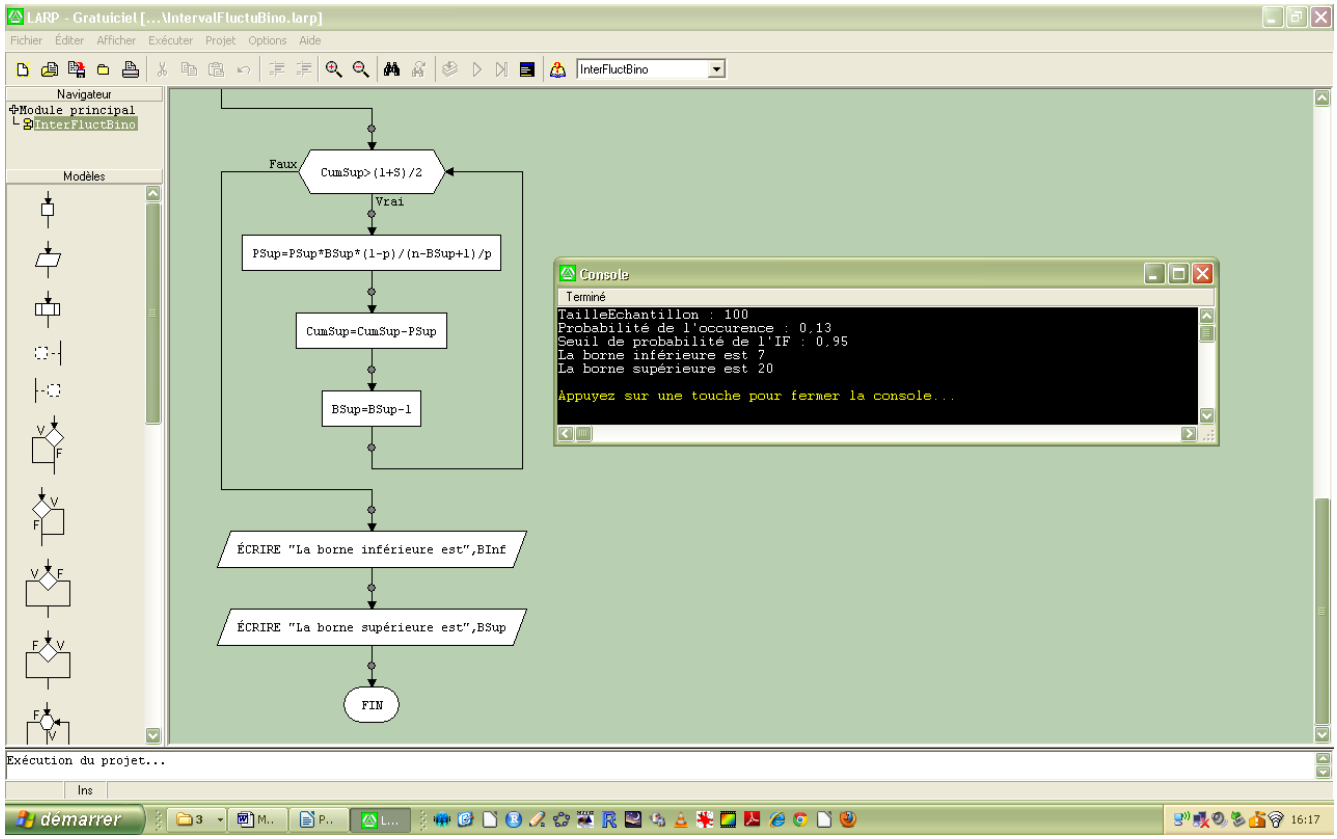
et avec la valeur renvoyée par l'algorithme après exécution…



IntervalFluctuBino.larp : le fameux intervalle de fluctuation de Xbino (comme proposé dans le programme de 1re S)



et avec la valeur renvoyée par l'algorithme après exécution…



☞ **Au risque de me répéter…**

On peut aller encore un peu plus loin avec ce logiciel, mais pour se placer déjà au niveau requis dans l'évaluation actuelle en Lycée, je le trouve très suffisant, et surtout, extrêmement simple d'utilisation, très intéressant sur le plan pédagogique et bien dans l'esprit des programmes (certes les organigrammes ont été un peu boudés mais qu'est-ce que leur caractère visuel peut être intéressant !!!).
C'est pour moi un logiciel (le logiciel par excellence peut-être ?) très intéressant pour la sensibilisation, l'initiation, l'apprentissage de l'algorithmique.
Comme je l'ai déjà signalé plus haut, par la suite, on atteint certes ses limites lorsque les choses se compliquent un peu, et il n'a pas la palette d'utilisation et d'application d'un **R**, par exemple.

À vos LARP, prêts, partez !
Régalez-vous !
J'attends bien évidemment vos premières sensations... (critiques)
Certains d'entre vous connaissent peut-être... ?
À suivre…

Stéphan, tireur à LARP.