

Un rectangle variable dans un quart de cercle**Énoncé**

Dans un repère orthonormal d'origine O, \mathcal{C} est le cercle trigonométrique de centre O.

Pour tout x de l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, on considère le point M de \mathcal{C} qui lui est associé.

On note C le point de l'axe des abscisses et S le point de l'axe des ordonnées tels que OCMS soit un rectangle.

On se propose de déterminer la position de M afin que :

- l'aire $a(x)$ de OCMS soit maximale ;
- le périmètre $p(x)$ de OCMS soit maximal.

1. Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie

(a) À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, simuler la situation décrite ci-dessus.

(Ind. : On pourra utiliser Geoplan-Geospace)

Appeler le professeur pour vérification

(b) Conjecturer un maximum pour $a(x)$ et $p(x)$, et préciser alors pour chacun des deux cas, la position de M.

Appeler le professeur pour vérification

2. Démonstration

(a) **Maximum de $a(x)$**

Établir l'égalité : $a(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(\cos x - \sin x)^2$.

En déduire la valeur maximale de $a(x)$ et la forme du rectangle correspondant.

(b) **Maximum de $p(x)$**

Établir l'égalité : $p(x) = 2\sqrt{1+2a(x)}$.

En déduire la valeur maximale de $p(x)$ et la forme du rectangle correspondant.

Production attendue

- Réponses écrites aux questions 1.(b) et 2.(a) et (b).
- Obtention à l'écran de la figure correspondant aux hypothèses au 1.(a) avec éventuellement impression.

Un exemple de travail avec Geoplan-Geospace :

