

## Un angle constant

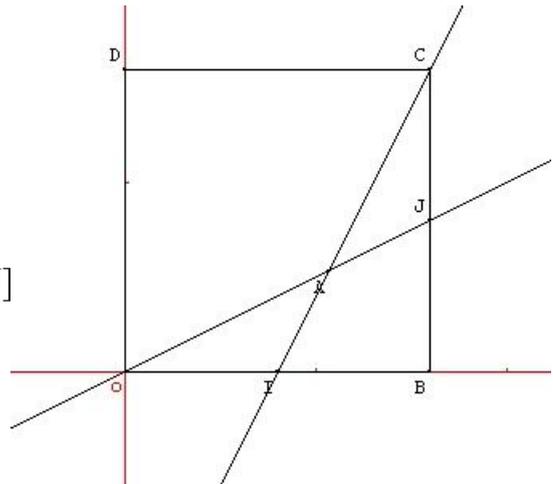
### Énoncé

OBCD est un carré de côté  $x$  ( $x$  réel,  $x > 0$ ).

I est le milieu du segment [OB] et J celui du segment [BC].

A est le point d'intersection des segments [OJ] et [CI].

Le but est de démontrer que l'angle  $\widehat{OAI}$  est constant.



### 1. Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie

(a) À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, simuler la situation décrite ci-dessus.

(Ind. : On pourra utiliser Geoplan-Geospace)

Appeler le professeur pour vérification

(b) En déduire une valeur approchée de la mesure  $\alpha$  en degré de cet angle constant.

Appeler le professeur pour vérification

### 2. Une démonstration

(a) Exprimer en fonction  $x$  le produit scalaire  $\vec{CI} \cdot \vec{JO}$ .

(b) À l'aide d'une autre expression de ce même produit scalaire, calculer la valeur exacte de  $\cos(\vec{CI}, \vec{JO})$ , puis de  $\cos(\widehat{OAI})$

(c) En déduire l'arrondi au dixième de degré de l'angle  $\widehat{OAI}$ , et vérifier la conjecture émise en 1.

---

### Production attendue

- Réponses écrites aux questions 1.(b) et 2.
- Obtention à l'écran de la figure correspondant aux hypothèses au 1.(a) avec éventuellement impression.

## Un exemple de travail avec Geoplan-Geospace :

The screenshot displays the Geoplan-Geospace software interface. The main window shows a Cartesian coordinate system with a rectangle  $OBAC$  and a line  $IC$ . A point  $A$  is the intersection of the line  $IC$  and the diagonal  $DB$ . A point  $J$  is the midpoint of  $CB$ . A line  $oJ$  is drawn through  $J$  perpendicular to  $IC$ . The angle  $I\hat{A}o$  is measured. The status bar shows  $x:2.8$  and  $I\hat{A}o:36.869898^\circ$ .

The "Objets de la figure" window contains the following definitions:

```
----- OBJETS PRÉDÉFINIS -----
o origine du repère  $R_{oxy}$ 
ox droite portant l'axe des abscisses de  $R_{oxy}$ 
oy droite portant l'axe des ordonnées de  $R_{oxy}$ 
 $R_{oxy}$  repère orthonormal
i premier vecteur de base de  $R_{oxy}$ 
j second vecteur de base de  $R_{oxy}$ 
Uoxy unité de longueur liée au repère  $R_{oxy}$ 
ttime représente l'heure (en secondes)
----- OBJETS CRÉÉS -----
x réel libre de [0,100]
B point de coordonnées (x,0) dans le repère  $R_{oxy}$ 
C point de coordonnées (x,x) dans le repère  $R_{oxy}$ 
D point de coordonnées (0,x) dans le repère  $R_{oxy}$ 
I milieu du segment [oB]
J milieu du segment [CB]
Droite (oJ)
Droite (IC)
R rectangle de diagonale [DB]
A point d'intersection des droites (CI) et (oJ)
----- AFFICHAGES -----
Af0 affichage du scalaire x (6 décimales)
Af1 affichage d'une mesure (en degré) de l'angle  $I\hat{A}o$  (6 décimales)
```