

Une offre alléchante

Connaissances requises :

Fonctionnement des crédits

Formule reliant les taux mensuel et annuel dans le cas d'intérêts composés

Notions sur les algorithmes

1 Une mensualité à choisir

Une offre de crédit est proposée sur un prospectus publicitaire dont sont reproduits des extraits ci-dessous :

C'est vous **qui choisissez le montant de vos échéances**
à partir de 25 € par mois

Au minimum 4 % du montant du crédit que vous utilisez,
arrondis aux 5 € supérieurs

Vous pouvez **changer le montant de vos mensualités**

Vous pouvez **anticiper votre remboursement**, en partie
ou en totalité

La dernière mensualité est ajustée en fonction de la date de
l'utilisation du crédit

T.E.G. annuel : 17,16 %

L'offre illustrée est au dos du prospectus par un tableau donnant des exemples de mensualités :

Exemples de mensualités

Exemples de montant d'achat	100 €	200 €	400 €	600 €
Exemples de mensualités	25 €	30 €	40 €	60 €
Durées de remboursement	5 mois	8 mois	11 mois	11 mois
Coût total du crédit	3,46 €	7,39 €	32,07 €	48,10 €

1) Observer attentivement le tableau ci-dessus. Calculer, pour chaque exemple de montant d'achat, le pourcentage du coût total du crédit par rapport au montant emprunté.

2) En s'inspirant du tableau, donner une estimation du pourcentage du coût total du crédit par rapport au montant emprunté si ce montant est de 1 500 € et s'il est remboursé en 10 mensualités de 150 € et une onzième mensualité ajustée.

Lorsque l'emprunteur ne précise pas la mensualité qu'il souhaite rembourser, la mensualité remboursée par défaut représente 4 % du montant du crédit utilisé, arrondis aux 5 € supérieurs, avec un minimum de 25 € par mois, et une dernière mensualité ajustée pour finir de rembourser le crédit quand la somme restant due est inférieure à 25 €.

3) Dans le cas où l'emprunteur ne précise pas la mensualité qu'il souhaite rembourser, construire un programme pour calculer la durée du crédit et la somme totale remboursée.

En déduire le pourcentage du coût total du crédit par rapport à un montant emprunté de 1 500 € dans ce cas.

Que remarque-t-on ?

2 Un achat assuré

Quelques mois plus tard, l'offre de crédit de l'exercice précédent évolue :

La mensualité à rembourser par défaut est de 3 % du montant du crédit utilisé, arrondis aux 5 € supérieurs, avec un minimum de 15 € par mois, et une dernière mensualité ajustée pour finir de rembourser le crédit quand la somme restant due est inférieure à 15 €.

Le T.E.G. annuel est désormais de 19,89 %.

Il est aussi proposé à l'emprunteur de souscrire une assurance égale à 0,50 % de la somme restant due chaque mois.

1) En modifiant le programme construit à l'exercice précédent, construire un nouveau programme pour calculer la durée du crédit et la somme totale remboursée.

En déduire le pourcentage du coût total du crédit par rapport à un montant emprunté de 1 500 €.

2) Modifier le programme de manière à calculer le coût de l'emprunt, **assurance comprise**.

Quel est dans ce cas le pourcentage du coût total du crédit par rapport à un montant emprunté de 1 500 € ?

Que remarque-t-on ?

Une offre alléchante

CORRECTION

1 Une mensualité à choisir

1) Le pourcentage du coût total du crédit par rapport au montant emprunté représente le coût du crédit pour cent euros empruntés.

Dans le premier cas, le taux est donc de 3,46 %. Dans les autres cas, il suffit de diviser le coût total du crédit respectivement par 2, 4 et 6 pour obtenir le pourcentage. On obtient environ 3,7 % pour 200 € empruntés, et pour 400 € et 600 € empruntés, on obtient approximativement 8,02 %.

2) Si on rembourse les 1 500 € en 10 mensualités de 150 € et une onzième mensualité ajustée, en s'inspirant des deux cas comportant 10 mensualités égales au dixième de la somme empruntée et une onzième mensualité ajustée, on peut penser qu'on paiera comme coût de crédit approximativement 8,02 %, c'est-à-dire environ 8 fois 15 €, soit 120 €.

3) Nous appellerons le programme : *men4*.

Il fonctionne avec le logiciel libre Xcas en le configurant en TI89/92. Il peut aussi être utilisé sur les calculatrices TI89, TI92, TI92+, Voyage 200, TI-Nspire. Néanmoins selon la date de fabrication du modèle et selon que la machine est configurée en anglais ou en français, l'instruction : $\text{floor}(x)+1$ pourra être remplacée par $\text{entSuiv}(x)$ pour calculer l'entier suivant juste après x .

A l'aide des instructions de l'algorithme rappelées en italique au dessus des instructions du programme, le lecteur pourra l'adapter à d'autres calculatrices ou logiciels de calcul.

Écriture du programme :

Nom du programme

Saisir le taux mensuel du crédit (t)

Saisir la somme empruntée (s)

: *men4(s,t)*

début algorithme

: *Prgm*

Entrer les variables associées au capital restant dû c, à la somme payée p, au nombre j de mois nécessaires pour rembourser le crédit, à la mensualité m

: *Local c, m, j, p*

Initialiser les variables c, p, j : c prend la valeur s, p prend la valeur 0, j prend la valeur 0

: *s → c : 0 → p : 0 → j*

Tant que c > 0

: *While c > 0*

Calcul de la mensualité dans le cas général (4 % arrondis aux 5 € supérieurs)

: *5 * (floor(c*0.04*0.2)+1) → m*

*Calcul des intérêts : la variable c prend la valeur $(1 + t) * c$*
: $(1+t)*c \rightarrow c$

Si $m \geq 25$ alors c prend la valeur $c - m$
: If $m \geq 25$ Then : $c-m \rightarrow c$

La variable p prend la valeur $p + m$
: $p+m \rightarrow p$

Sinon, si $c > 25$ alors c prend la valeur $c - 25$
: Elself $c > 25$ Then : $c-25 \rightarrow c$

La variable p prend la valeur $p + 25$
: $p+25 \rightarrow p$

Sinon, la variable p prend la valeur $p + c$, puis c la valeur 0
: Else : $p+c \rightarrow p$: $0 \rightarrow c$

Fin Si
: Endlf

La variable j prend la valeur $j + 1$
: $j+1 \rightarrow j$

Fin Tant que
: EndWhile

Afficher la variable p
Afficher la variable j
: Disp p
: Disp j

fin algorithme
: EndPrgm

Remarquons que pour calculer les 4 % de c arrondis aux 5 € supérieurs, on commence par calculer $0,04 \times c$, puis on divise ce résultat par 5 (ce qui revient à le multiplier par 0,2), on prend l'entier supérieur, et on le multiplie par 5 : on a ainsi obtenu les 4 % de c arrondis aux 5 € supérieurs.

Après avoir écrit le programme, il faut calculer le taux mensuel associé au taux annuel de 17,16 % (on pourrait aussi inclure ce calcul dans le programme) :

$$1,1716^{1/12} - 1 \approx 0,013285$$

On peut alors faire fonctionner le programme : il suffit de revenir à l'écran de calcul et de taper sur le clavier :
`men4(1500, 0.013285)`

La machine affiche alors le résultat :
p : 2038.17634378
j : 60

On a :

$$2038,18 - 1500 = 538,18$$

Le coût total du crédit est donc de 538,18 € et sa durée de 60 mois.

Comme : $538,18/1500 \approx 0.358786$, le coût total du crédit représente environ 35,88 % du montant emprunté. Nous remarquons que c'est plus de quatre fois plus que l'estimation de la question 2) qui avait été faite en supposant des mensualités semblables à celles du tableau du prospectus.

2 Un achat assuré

1) Nous appellerons le programme : men3.

Il fonctionne avec le logiciel libre Xcas en le configurant en TI89/92 et sur les calculatrices TI89, TI92, TI92+, Voyage 200, TI-Nspire, avec les remarques faites au 3) de l'exercice précédent.

Pour écrire le programme, nous reprenons le programme : men4 dans lequel nous remplaçons la ligne :

```
: 5 * (floor(c*0.04*0.2)+1)→ m
```

par la ligne :

```
: 5 * (floor(c*0.03*0.2)+1)→ m
```

Cette ligne permet de faire le calcul de la mensualité dans le cas général (3 % arrondis aux 5 € supérieurs) de la manière suivante : On multiplie le capital c par 0.03 pour obtenir les 3 %, on divise le résultat par 5 (ce qui revient à le multiplier par 0,2), on prend l'entier juste au dessus, et on multiplie le résultat obtenu par 5 pour obtenir la mensualité arrondie aux 5 € supérieurs.

On remplace aussi la valeur « 25 » par la valeur « 15 » dans chaque ligne du programme où cette valeur figure. Finalement, on obtient le programme suivant :

```
: men3(s,t)
: Prgm
: Local c, m, j, p
: s → c : 0 → p : 0 → j
: While c > 0
: 5 * (floor(c*0.03*0.2)+1)→ m
: (1+t)*c → c
: If m ≥ 15 Then : c - m→ c
: p+m → p
: Elseif c > 15 Then : c - 15 → c
: p+15 → p
: Else : p+c → p : 0 → c
: EndIf
: j+1 → j
: EndWhile
: Disp p
: Disp j
: EndPrgm
```

Après avoir écrit le programme, il faut calculer le taux mensuel associé au taux annuel de 19,89 % :

$$1,1989^{1/12} - 1 \approx 0,01523$$

On peut alors faire fonctionner le programme en tapant sur le clavier :
men3(1500, 0.01523)

La machine affiche alors le résultat :
p : 2571.20872575
j : 108

On a :

$$2571,21 - 1500 = 1071,21$$

Le coût total du crédit est donc de 1071,21 € et sa durée de 108 mois (9 ans).
Comme : $1071,21/1500 \approx 0.71414$, le coût total du crédit représente environ 71,41 % du montant emprunté.

2) Nous appellerons men3as le programme calculant le coût total du crédit, **y compris l'assurance**.

Pour écrire le programme il suffit de reprendre le programme men3 dans lequel on remplace la ligne :

: $(1+t)*c \rightarrow c$

par la ligne :

: $(1+t+0.005)*c \rightarrow c$

pour prendre en compte les 0,50 % de l'assurance.
Remarquons que ces 0,50 % sont calculés ici sur la somme restante due avant le décompte des intérêts.

On peut alors faire fonctionner le programme en tapant sur le clavier :
men3as(1500, 0.01523)

La machine affiche alors le résultat :
p : 3457.47780581
j : 141

On a :

$$3457,48 - 1500 = 1957,48$$

Le coût total du crédit est donc de 1957,48 € et sa durée de 141 mois (c'est à dire plus de 11 ans).
Comme : $1957,48/1500 \approx 1,3049867$, le coût total du crédit représente environ 130,5 % du montant emprunté.

On remarque donc que la souscription de l'assurance a fait prolonger de plus de 2 ans la durée du crédit et augmenter de près de 60 % le coût total du crédit.

Commentaires :

Cet exercice a été construit à partir d'un dépliant publicitaire réel, et de ses évolutions successives au cours du temps. Notons que pour alléger les calculs, nous n'avons pas mentionné le montant de l'assurance qui était initialement 0,45 % de la somme restant due chaque mois dans l'énoncé du premier exercice.

*Ainsi, nous avons pu remarquer que le coût du crédit suggéré par le dépliant est passé de 8 % à 35,88 %, puis à 71,41 %, puis à 130,5 % du montant emprunté !
De même, le dépliant semblait suggérer une durée de 11 mois. En fait les durées calculées ont été successivement de 5 ans, puis 9 ans puis 11 ans et 9 mois !*