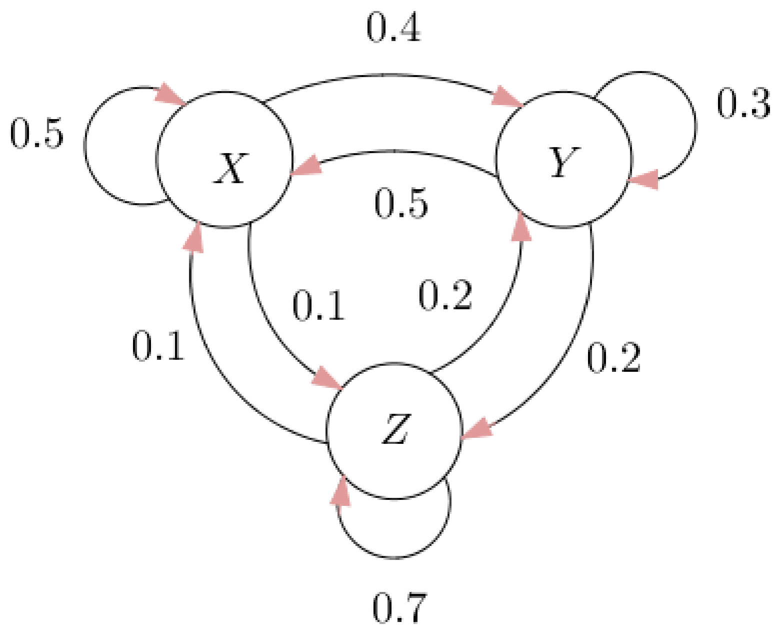
CHAÎNES DE MARKOV

Tout d'abord, notons que pour attaquer plus facilement les premières questions, et pour peu que l'on en ait l'habitude, on peut retranscrire l'énoncé sous la forme d'un graphe probabiliste (il s'agit en fait d'une marche aléatoire à trois états : X, Y et Z) :



La matrice de transition associée (stochastique selon les colonnes) est alors :

$$M = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.1 \\ 0.4 & 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}$$

Et si, pour tout $n \in \mathbb{N}$, l'on note $\mu^{(n)} = \begin{pmatrix} P(X_n) \\ P(Y_n) \\ P(Z_n) \end{pmatrix}$, on a alors : $\mu^{(n+1)} = M\mu^{(n)}$ et on vient de répondre à la question **1.** de l'exercice.

Remarque :

Si on lit attentivement tout le sujet avant de commencer à répondre tête baissée aux questions, on peut se rendre compte que l'objectif est de connaître les probabilités d'utilisation des marques X, Y et Z aux mois d'avril (question **2.**) et mai (question **4.**), c'est-à-dire connaître $\mu^{(3)} = M^3\mu^{(0)}$ et $\mu^{(4)} = M^4\mu^{(0)}$.

Critique :

Mais alors… à quoi cela sert-il de se farcir toute l'étude de la suite (U_n) : de chercher un élément stable de à la fonction $U \mapsto AU + B$? de chercher l'inverse d'une matrice 2x2 ? d'introduire la suite (V_n) qui se trouve être du même type que $(\mu^{(n)})$? de pondre une méga-formule donnant U_n en fonction de n ?

Critique de la critique :

C'est vrai, il serait un peu plus facile de diagonaliser la matrice A que la matrice M et donc d'exprimer A^n que M^n en fonction de n mais de toutes façons, il n'est nullement question de ce procédé dans le sujet.

Et c'est aussi vrai qu'il est facile de critiquer après coup…

Conclusion polémique :

Cet exercice n'est pas efficace au sens qu'il n'entraîne en rien un lycéen (futur étudiant, donc) à prendre du recul sur les notions étudiées et comprendre ce qu'il fait.

Pour l'étude algorithmique d'une marche aléatoire, on peut se reporter à cet article portant sur les aventures de Tom le Robot.