Je me permets d'intervenir sur cette brève.

En effet, c'est un pur hasard si la réponse n=6 donnée en utilisant Python (plus précisément en utilisant des flottants en double précision, on obtiendrait la même chose avec d'autres langages) est correcte, car la valeur de u_6 est complètement fausse, la bonne valeur est de 7.8e-28 et non 4.9e-17.

Il y a eu un raté du coté de la conception du sujet qui n'aurait jamais du poser cette question.

En effet évaluer u-ln(1+u) pour u petit va provoquer 2 pertes de précision, d'abord le calcul de 1+u pour u petit provoque une perte de précision relative d'autant plus grande que u est petit (ainsi si `|u|` est inférieur à 2^(-53), 1+u est représenté par 1 en flottant double précision), ensuite même si 1+u était précis, le calcul de u-ln(1+u) ferait perdre la moitié de la précision car u-ln(1+u) est équivalent à u^2/2.

Voici une session Xcas en ligne qui montre comment obtenir la bonne valeur de u_6 avec des flottants, et le vérifie avec des flottants multi-précision:
[url=https://www-fourier.univ-grenoble-alpes.fr/%7eparisse/xcasfr.html#exec&filename=session&python=1&+u%3A%3D1.0-ln(2)%3B%20u%3A%3Du-ln(1%2Bu)%3B%20u%5E12&+f%3A%3Dunapply(series(x-ln(1%2Bx)%2Cx%3D0%2C14%2Cpolynom)%2Cx)%3B&+u%3A%3D1.0-ln(2)%3B%20u%3A%3Du-ln(1%2Bu)%3B%20eps%3A%3D1e-15%3B%20for%20j%20from%203%20to%20100%20do%20u%3A%3Df(u)%3B%20print(j%2Cu)%3B%20if%20(u%3Ceps)%20break%3B%20od%3B%20j&+u%3A%3Devalf(1%2C50)%3Bfor%20j%20from%201%20to%207%20do%20u%3A%3Du-ln(1%2Bu)%3B%20print(j%2Cu)%3B%20od&]session Xcas[/url]

Explications: pour u petit, on remplace u-ln(1+u) par son développement en série à l'ordre 14, avec une erreur relative en u^12 qui est inférieure à 10^(-17).

Mais évidemment, ce genre de méthode n'est pas du niveau de la terminale S.

Bernard Parisse