

Modélisation des réseaux sociaux

1 une situation

Considérons la situation suivante :

- Alan et Dylan sont amis ;
- Alan et Éline sont amis ;
- Bénédicte et Chloé sont amies ;
- Bénédicte et Dylan sont amis ;
- Bénédicte et Éline sont amies.

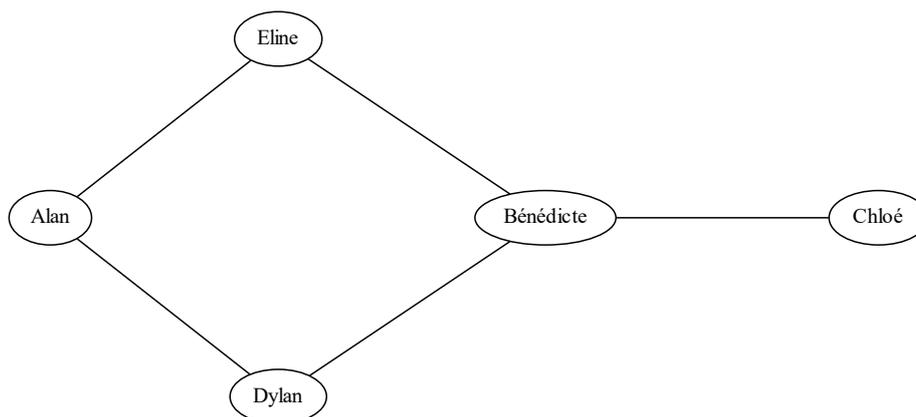
Une première modélisation de ce réseau d'amis peut se faire à l'aide du tableau suivant :

	Alan	Bénédicte	Chloé	Dylan	Éline
Alan				X	X
Bénédicte			X	X	X
Chloé		X			
Dylan	X	X			
Éline	X	X			

Expliquez le fonctionnement de ce tableau :

.....
.....

On peut aussi modéliser la situation par un « graphe » :



Expliquez le fonctionnement de ce graphe :

.....
.....

vocabulaire : Chaque prénom représente un **sommet** du graphe ; le lien entre deux sommets est une **arête** du graphe.

2 quelques propriétés des graphes

2.1 écartement d'un graphe

Si on considère que seules les personnes amies peuvent communiquer entre elles, Bénédicte devra passer par Dylan, ou par Éline pour communiquer avec Alan. On dira que la **distance** entre Bénédicte et Alan est 2. La distance maximale entre Bénédicte et les autres personnes est 2 dans la situation présentée.

Compléter le tableau ci-dessous en notant la distance maximale correspondant à chaque personne :

Alan	Bénédicte	Chloé	Dylan	Éline

vocabulaire : C'est cette distance maximale qui est appelé **écartement d'un sommet**.

2.2 centre(s) d'un graphe

Dans un graphe donné, **un centre est un sommet dont l'écartement est minimal**.

Un graphe peut comporter plusieurs centres. On interprète ici le centre du graphe comme l'élément d'un réseau par lequel l'information circulera le plus vite.

Qui est (sont) le (les) centre(s) du graphe dans notre situation ?

.....

2.3 rayon d'un graphe

Le rayon d'un graphe est **l'écartement d'un centre du graphe** (c'est-à-dire la valeur minimale des écartements déterminés pour les différents sommets).

Question : Quel est le rayon du graphe dans notre situation ?

.....

2.4 diamètre d'un graphe

Dans un graphe donné, le diamètre est la plus longue distance entre deux sommets.

Question : Quel est le diamètre du graphe dans notre situation ?

.....

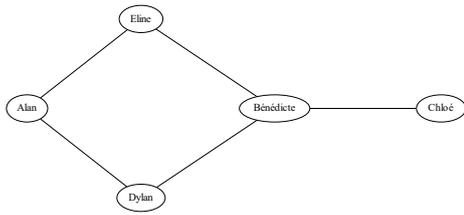
2.5 transmission de l'information

On utilise le modèle suivant concernant la transmission d'une information : **si quelqu'un a eu une information, on le considère informé, et il va transmettre l'information à tous ses contacts.**

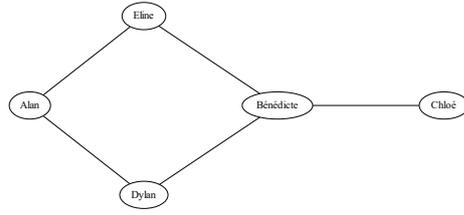
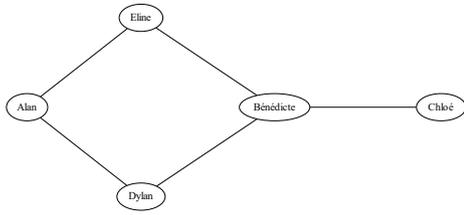
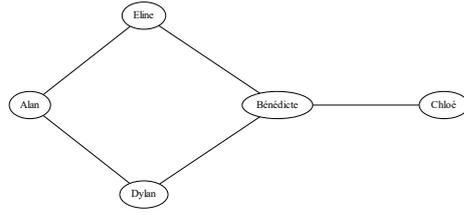
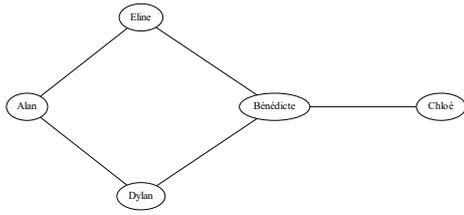
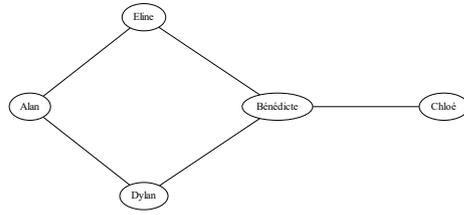
En reprenant le graphe précédent, colorez les sommets touchés par une information au fur et à mesure où elles sont transmises. On fera deux exemples :

- 1er exemple : Alan a une information qu'il va transmettre ;
- 2nd exemple : Bénédicte a une information qu'elle va transmettre.

Alan est à l'origine d'une information



Bénédicte est à l'origine d'une information

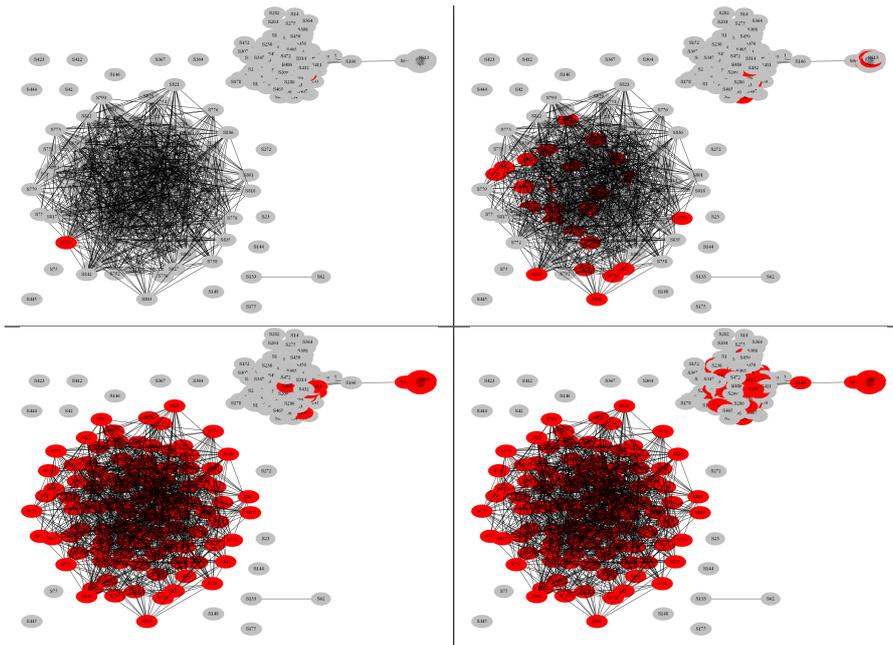


Interprétation : selon vous, qui transmet l'information le plus rapidement au sein d'un réseau ?

.....

2.6 un graphe de grande dimension

Voici une modélisation de graphe de grande dimension, avec une visualisation de transmission de l'information utilisant le même modèle que celui présenté précédemment :



Quelques questions :

1. Comment décririez-vous ce graphe ?

.....

2. Quelle réalité peut modéliser ce graphe ?

.....

3. Comment se transmet l'information dans chacune des deux parties distinctes du réseau ?

.....

4. Selon vous, comment a-t-on fait pour construire de tels réseaux ?

.....

2.8 et l'informatique dans tout ça ?

2.8.1 représentation

Tout d'abord, grâce au module « graphviz », il est possible de représenter un graphe par du code python.

Voici le code permettant d'obtenir la représentation graphique donnée au début du document :

```
from graphviz import Graph

g = Graph('G', filename='graphe', engine='sfdp')

g.edge('Alan', 'Eline')
g.edge('Alan', 'Dylan')
g.edge('Bénédicte', 'Chloé')
g.edge('Bénédicte', 'Eline')
g.edge('Bénédicte', 'Dylan')

g.render("mes-amis", view=False)
```

2.8.2 une autre modélisation

On peut aussi modéliser le réseau d'amis présenté initialement par le tableau de nombres suivant :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

remarque : un tel tableau de nombres s'appelle en mathématiques une **matrice** ; elle a de nombreuses applications et vous en rencontrerez sans doute à un moment donné dans vos études !

Expliquer pourquoi à quoi correspondent les 0 et les 1 dans ce tableau.

.....
.....

Avec votre situation (Twitter), construisez un tableau de ce nombre en l'adaptant du fait de la non réciprocité de certains liens.

.....

.....

.....

.....