

Modélisation des réseaux sociaux

1 une situation

Considérons la situation suivante :

- Alan et Dylan sont amis ;
- Alan et Éline sont amis ;
- Bénédicte et Chloé sont amies ;
- Bénédicte et Dylan sont amis ;
- Bénédicte et Éline sont amies.

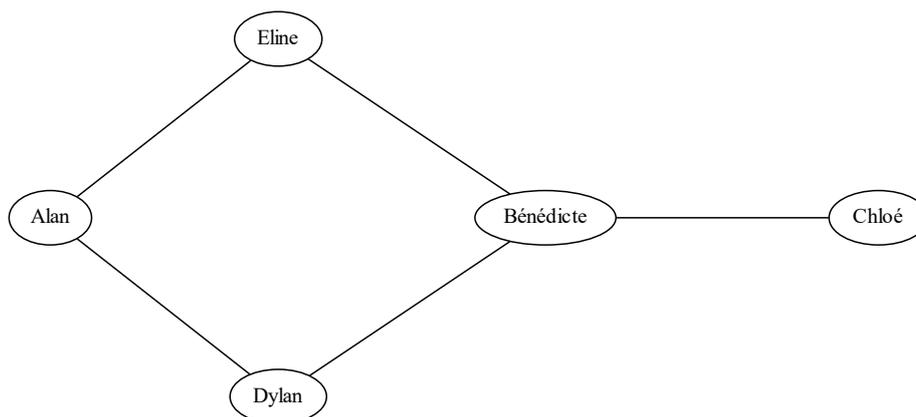
Une première modélisation de ce réseau d'amis peut se faire à l'aide du tableau suivant :

	Alan	Bénédicte	Chloé	Dylan	Éline
Alan				X	X
Bénédicte			X	X	X
Chloé		X			
Dylan	X	X			
Éline	X	X			

Expliquez le fonctionnement de ce tableau :

Une croix est placée à l'intersection des prénoms qui désignent des personnes « amies » ; on considère dans ce modèle que si « A est ami avec B », alors « B est ami avec A »

On peut aussi modéliser la situation par un « graphe » :



Expliquez le fonctionnement de ce graphe :

Chaque prénom est recensé et les prénoms en relation sont reliés par un segment.

vocabulaire : Chaque prénom représente un **sommet** du graphe ; le lien entre deux sommets est une **arête** du graphe.

2 quelques propriétés des graphes

2.1 écartement d'un graphe

Si on considère que seules les personnes amies peuvent communiquer entre elles, Bénédicte devra passer par Dylan, ou par Éline pour communiquer avec Alan. On dira que la **distance** entre Bénédicte et Alan est 2. La distance maximale entre Bénédicte et les autres personnes est 2 dans la situation présentée.

Compléter le tableau ci-dessous en notant la distance maximale correspondant à chaque personne :

Alan	Bénédicte	Chloé	Dylan	Éline
3	2	3	2	2

vocabulaire : C'est cette distance maximale qui est appelé **écartement d'un sommet**.

2.2 centre(s) d'un graphe

Dans un graphe donné, **un centre est un sommet dont l'écartement est minimal**.

Un graphe peut comporter plusieurs centres. On interprète ici le centre du graphe comme l'élément d'un réseau par lequel l'information circulera le plus vite.

Qui est (sont) le (les) centre(s) du graphe dans notre situation ?

Bénédicte, Dylan et Éline sont les centres de ce graphe.

2.3 rayon d'un graphe

Le rayon d'un graphe est **l'écartement d'un centre du graphe** (c'est-à-dire la valeur minimale des écartements déterminés pour les différents sommets).

Question : Quel est le rayon du graphe dans notre situation ?

Le rayon vaut ici 2.

2.4 diamètre d'un graphe

Dans un graphe donné, le diamètre est la plus longue distance entre deux sommets.

Question : Quel est le diamètre du graphe dans notre situation ?

Le diamètre vaut ici 3.

2.5 transmission de l'information

On utilise le modèle suivant concernant la transmission d'une information : **si quelqu'un a eu une information, on le considère informé, et il va transmettre l'information à tous ses contacts.**

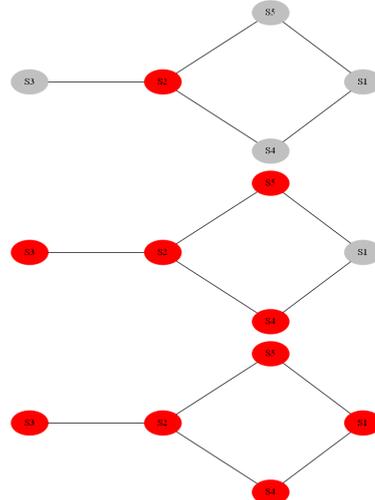
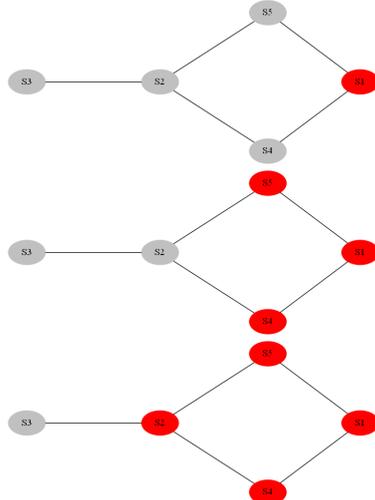
En reprenant le graphe précédent, colorez les sommets touchés par une information au fur et à mesure où elles sont transmises. On fera deux exemples :

— 1er exemple : Alan a une information qu'il va transmettre ;

— 2nd exemple : Bénédicte a une information qu'elle va transmettre.

Alan est dénommé ici **S1**

Bénédicte est dénommée ici **S2**

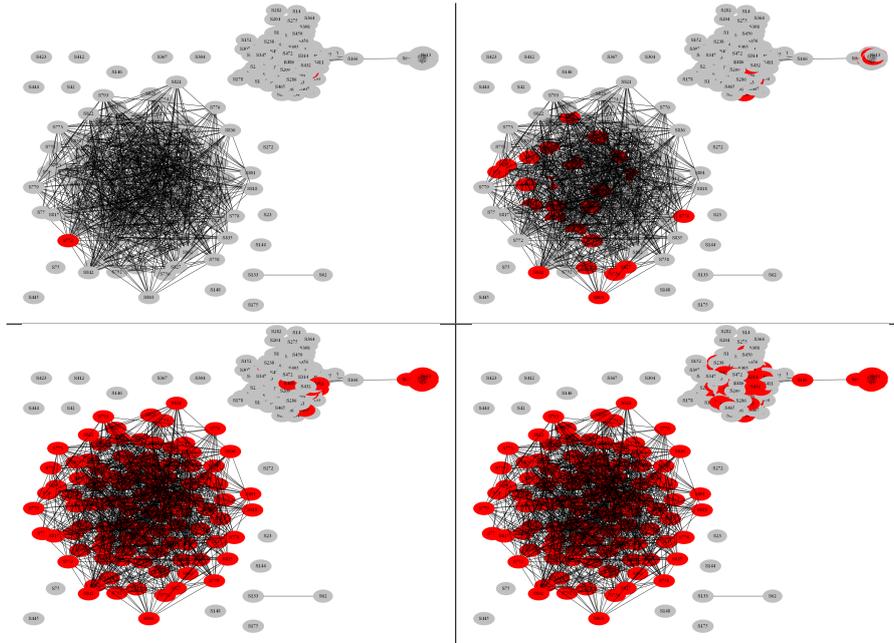


Interprétation : selon vous, qui transmet l'information le plus rapidement au sein d'un réseau ?

Ce sont les personnes qui sont **centre du graphe**.

2.6 un graphe de grande dimension

Voici une modélisation de graphe de grande dimension, avec une visualisation de transmission de l'information utilisant le même modèle que celui présenté précédemment :



Quelques questions :

1. Comment décririez-vous ce graphe ? Ce graphe est composé de plusieurs sous-graphes. Un sous-graphe important et très dense, un second qui lui-même est composé de deux sous-graphes reliés par un seul sommet, et de nombreux sommets isolés.
2. Quelle réalité peut modéliser ce graphe ? Des réseaux sont parfois « re-fermés » sur eux-mêmes ; des réseaux peuvent être reliés entre eux, ou pas. Enfin, des individus peuvent être isolés.
3. Comment se transmet l'information dans chacune des deux parties distinctes du réseau ? L'information circule rapidement au sein de sous-réseau dense. Même si peu de personnes sont à l'origine de l'information transmise, la quasi totalité du réseau est informé en trois étapes.

Ce n'est pas le cas du sous-réseau moins dense, qui bien qu'ayant une proportion de personnes informées au départ comparable à celle de l'autre sous-réseau, la transmission est beaucoup moins efficace.

4. Selon vous, comment a-t-on fait pour construire de tels réseaux ? L'outil informatique semble indispensable pour créer ce type de réseau !

2.7 graphe orienté

Prenons deux réseaux sociaux bien connus : Facebook et Twitter ; quelle est la différence principale dans le mode de fonctionnement de ces deux réseaux ? Quelle adaptation faut-il faire pour représenter un réseau social du type Twitter par un graphe ?

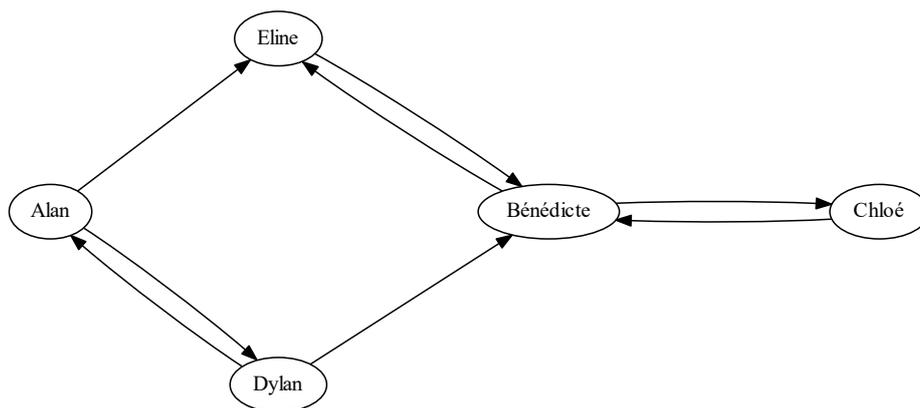
Adapter une situation analogue à la précédente (un nombre limité de personnes concernées) pour modéliser des liens entre des personnes sur Twitter. Construire le graphe correspondant.

La différence principale est la non réciprocity automatique des relations entre deux « amis » : A peut voir B sans que B ait besoin d'accepter. On peut donc donc des relations non symétriques.

Si Alan est en lien avec Éline, mais que ce n'est pas réciproque et que Dylan est en lien avec Bénédicte sans que ce soit réciproque, on a le tableau suivant :

	Alan	Bénédicte	Chloé	Dylan	Éline
Alan				X	X
Bénédicte			X		X
Chloé		X			
Dylan	X	X			
Éline		X			

Voici le nouveau graphe adapté :



2.8 et l'informatique dans tout ça ?

2.8.1 représentation

Tout d'abord, grâce au module « graphviz », il est possible de représenter un graphe par du code python.

Voici le code permettant d'obtenir la représentation graphique donnée au début du document :

```
from graphviz import Graph

g = Graph('G', filename='graphe', engine='sfdp')

g.edge('Alan', 'Eline')
g.edge('Alan', 'Dylan')
g.edge('Bénédicte', 'Chloé')
g.edge('Bénédicte', 'Eline')
g.edge('Bénédicte', 'Dylan')

g.render("mes-amis", view=False)
```

2.8.2 une autre modélisation

On peut aussi modéliser le réseau d'amis présenté initialement par le tableau de nombres suivant :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

remarque : un tel tableau de nombres s'appelle en mathématiques une **matrice** ; elle a de nombreuses applications et vous en rencontrerez sans doute à un moment donné dans vos études !

Expliquer pourquoi à quoi correspondent les 0 et les 1 dans ce tableau.

Dans la première ligne, quatrième colonne, ce 1 signifie qu'Alan et Dylan sont en contact.

De même pour le 1 de cette première ligne qui signifie qu'Alan et Éline sont en contact.

Les 0 de cette ligne signifient qu'Alan n'est pas en contact direct avec Bénédicte, Chloé.

On place un 0 à la première ligne première colonne en considérant qu'Alan n'entre pas en contact avec lui-même !

Avec votre situation (Twitter), construisez un tableau de ce nombre en l'adaptant du fait de la non réciprocity de certains liens.

Avec la relation de type Twitter (non forcément symétrique) que l'on a décrite précédemment, on obtient :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$