Maths et info : une histoire déjà ancienne

Libres opinions de Frédéric Laroche

Lorsque Benjamin Clerc m'a demandé d'écrire un article sur l'Epreuve pratique en TS je me suis demandé ce qui pourrait intéresser des lecteurs déjà bien informés en général… Je pouvais analyser et commenter les textes officiels, les exercices proposés l'an dernier, ceux qui vont être proposés cette année ; expliquer que j'emmène mes élèves de Terminale S, de Première S, de Seconde en salle informatique aussi souvent que je peux, que j'anime des stages de formation pour des collègues, que je diffuse toutes les infos disponibles sur mon site web[1], que je suis persuadé du bien fondé de cette démarche. Oui, c'est ce que je me suis dit. Et puis deux événements sont venus troubler cette douce quiétude : sur le forum de l'APMEP[2] ça s'est mis à déraper sévère, les intervenants ont commencé à s'invectiver, à se parler mal, bref, ça chauffait entre partisans et opposants de l'Epreuve. Et un deuxième événement est survenu, plus grave celui-la, en tous cas de mon point de vue, avec la publication des projets de nouveau programme du Primaire en mathématiques. Et particulièrement cette phrase qui arrive comme un cheveu sur la soupe après avoir mis en avant le calcul dans toute son horreur[3] :

« La résolution de problèmes liés à la vie courante permet d'approfondir la connaissance des nombres étudiés, de renforcer la maîtrise du sens et de la pratique des opérations, de développer la rigueur et le goût du raisonnement. »

Trente ans de travail à essayer de faire faire des maths à mes élèves à travers les problèmes, à essayer de les rendre acteurs de leur connaissance, à essayer de les sortir de la mortelle routine qui partent en fumée… Une vision passéiste et rétrograde de l'enseignement des maths au niveau du primaire transparaît dans ces textes : ça a bien marché pour nous, ça marchera bien pour les enfants… Peut-être, mais malheureusement pour les rédacteurs inconnus de ce texte, le monde n'est plus ce qu'il était il y a trente ou quarante ans, les mathématiques ne sont plus les mêmes qu'il y a trente ou même vingt ans : tout doit être pensé de manière nouvelle et si possible en s'appuyant sur les travaux de chercheurs reconnus internationalement.

Car c'est bien de quelque chose de nouveau dont nous parlons ici : l'enseignement des mathématiques doit changer en profondeur, s'adapter au monde moderne et peut-être même prendre de l'avance, trouver de nouveaux repères. Ce ne sont pas seulement des questions matérielles qui sont en cause, c'est la conception même de l'enseignement « moderne » des mathématiques qui est en jeu.

Aussi plutôt que d'entrer dans ces considérations techniques j'ai préféré exposer quelques unes de mes idées sur le « bon usage » possible des TICE dans notre enseignement, sur l'apport qu'il nous offrent au quotidien ainsi que sur le cheminement intellectuel sous-jacent.

Mais auparavant rappelons quelques vérités qui depuis le passage de Claude Allègre au sommet du Mammouth ont malheureusement trop souvent disparu des discours officiels[4] et officieux… Les deux questions fondamentales pour le prof de maths sont : que peut-on envisager comme mathématiques pour l'avenir ? (quelles sont les orientations profondes qui produiront des mathématiques « utiles » à nos enfants, à nos élèves ?) et comment faire passer ces connaissances indispensables dans leurs chères têtes aux si jolies couleurs ?

Sur le plan des contenus personne ne pourra nier que les applications des mathématiques ont envahi notre monde moderne ; les exemples foisonnent : pas de téléphone portable, pas de marketing, pas de crise des « subprimes », pas de développement durable sans des mathématiques performantes[5] et dont les bases seront comprises par le plus grand nombre.

Sur le plan de l'enseignement, malgré quelques efforts, notre modèle est resté globalement le même depuis l'organisation des collèges jésuites au 17ème siècle : tu apprendras dans la douleur…

1 http://laroche.lycee.free.fr/bac_info/epreuve_pratique.htm

2 http://www.apmep.asso.fr/spip.php?page=forum_art&id_article=1191

3 http://media.education.gouv.fr/file/02_fevrier/24/3/BOEcolePrimaireWeb_24243.pdfp 21

Si certains n'y voient pas le mal, je les engage à lire avec attention le dossier du Café pédagogique ainsi que la page suivante : http://a.camenisch.free.fr/programmes_2008.htm. On atteint ici le summum du ridicule et de la négation de l'intelligence des enfants avec des programmes peu réfléchis et mal organisés.

4 Voir par exemple le rapport sur la série S dont un des auteurs est Inspecteur général de Maths…et les commentaires qu'en a fait C. Combelles dans le Bulletin Vert APMEP n°474.

http://media.education.gouv.fr/file/51/2/21512.pdf

5 Souvent d'un développement récent contrairement aux affirmations du ministre sus-nommé.

Nous sommes confrontés actuellement à un défi exceptionnel : la dernière fois que cela s'est produit c'était au milieu du 19ème siècle et les plus grands noms de la science s'y étaient attelés. Ils avaient réussi à faire pénétrer les sciences dans les classes dirigeantes d'une société dominée par le droit, la littérature et la politique ; maintenant il s'agit de faire pénétrer la démarche scientifique et la pensée rationnelle dans toutes les couches de la société. On peut dire sans grand risque que ce n'est pas gagné d'avance. La révolution informatique est probablement encore plus importante pour l'humanité que la révolution de l'imprimerie : ne pas le voir et surtout ne pas y participer ne pourra que conduire notre pays et ses habitants au bord du gouffre. Déjà les prémisses de ce grand chambardement sont là et les crevasses commencent à s'ouvrir : sauterons nous par dessus ou tomberons nous dedans ?

Indépendamment des questions d'organisation générale il y a une spécificité des mathématiques, aussi bien dans leur fonctionnement interne que dans leur enseignement. Tout d'abord la recherche : le progrès en mathématiques, contrairement à ce qui se passe dans de nombreuses disciplines, n'est que peu basé sur l'observation minutieuse de résultats numériques mais plutôt sur leur interprétation. C'est vrai que de nombreux travaux modernes de recherche font intervenir des calculs plus ou moins expérimentaux, mais les résultats n'ont de signification que si ils sont interprétables[6].

Cette interprétation ne se fait d'ailleurs pas en utilisant des logiciels spécifiques ou des machines dédiées : elle se fait en général par l'intelligence[7] du chercheur qui est capable de reconnaître des motifs, des formes, des symboles que les autres ne voient pas, par le chercheur qui est capable au milieu d'un fatras innommable de formules ou de nombres de tracer son chemin, par le chercheur qui est capable d'organiser sa pensée de manière rationnelle et imaginative. Le principal et peut-être le seul[8] intérêt d'enseigner les mathématiques, et de les apprendre, c'est de donner justement la possibilité aux gens d'être autonomes, d'avoir une pensée organisée, de faire le tri dans des masses sans cesse croissantes d'informations.

C'est une histoire que raconte Albrecht Beutelspacher[9] : il réunit une étudiante en licence de maths qui se plaint à son prof de licence qu'elle trouve le cours trop aride, ledit prof et un chercheur qui est parti travailler dans l'industrie. Ils discutent alors tous les trois : les deux spécialistes arrivent à lui montrer que c'est très utile (évidemment…), mais le mathématicien de l'industrie explique finalement que ce qui est important c'est « *d'avoir une pensée analytique : il faut que dans l'entreprise il y ait quelqu'un qui analyse vraiment le problème du client et qui puisse distinguer l'essentiel du secondaire. Et il faut qu'il y ait quelqu'un qui sache ce que la société peut proposer et quels moyens il faut mettre en œuvre pour résoudre le problème. Ce sont typiquement des tâches qu'un mathématicien devrait savoir exécuter.* » Personnellement j'aime beaucoup le « devrait »…

Sur l'enseignement il s'agit quand même de la discipline qui est la plus enseignée, aussi bien en termes de niveaux et de filières qu'en termes d'âges : à part la Terminale L (hors spécialité) et peut-être quelques filières professionnelles[10], toutes les classes depuis la maternelle jusqu'au bac et souvent au delà ont un enseignement de mathématiques[11].

On ne peut pas faire comme s'il s'agissait d'un enseignement scientifique comme les autres et ce point de vue a été réaffirmé avec force récemment par le doyen de l'Inspection Générale, Jacques Moisan[12] : « …, *il est, sans doute, nécessaire qu'on cesse de considérer les mathématiques comme une discipline parmi d'autres et qu'on lui*

6 On peut recommander dans ce domaine la lecture de quelques ouvrages anglo-saxons assez accessibles :

Experimentation in mathematics, J. Borwein, D. Bailey, R. Girgensohn, ed. AK Peters 2004,

Mathematics by experiment, J. Borwein, D. Bailey, ed. AK Peters 2004,

Experimental mathematics in action, D. Bailey et al., ed. AK Peters 2007.

7 Quoi que ce terme recouvre d'ailleurs.

8 Oui, je dis bien le **seul** : les contenus et les techniques sont secondaires contrairement à ce que trop de gens pensent. Par exemple aucun professeur de mathématiques ne pensera qu'il est indispensable de bien calculer pour être un bon matheux ou qu'il faut bien voir dans l'espace par exemple (rappelons que L. Schwartz reconnaissait lui-même qu'il ne voyait strictement rien en 3D… ça ne l'a pas empêché de parler d'espaces à une infinité de dimensions).

9 A. Beutelspacher , *Pourquoi j'ai toujours été nul en maths*, Belin 2007 (ce dernier enseigne les maths dans une université allemande…je me suis toujours demandé pourquoi c'était des super profs de fac qui écrivaient ce genre de bouquin…)

10 J'ai cherché mais je n'ai pas trouvé de filière sans maths.

11 Toujours dans les propositions de programmes 2008 : on passerait à 5 heures de maths par jour en CM2 contre 8 à 10 heures de français (de grammaire essentiellement…). On nage dans l'absurde le plus total : si des enfants en difficulté ont des chances de s'en tirer c'est plutôt grâce aux maths qu'au français qu'ils maîtriseront évidemment de manière bien moindre. Mais c'est certainement plus dans l'air du temps de leur maintenir la tête sous l'eau que de leur tendre la main.

12 Actes du séminaire national : L'enseignement des mathématiques à l'école primaire, novembre 2007 http://eduscol.education.fr/D0217/actes_maths_primaire.pdf.

redonne ce statut de discipline fondamentale qu'elle a, par nature. Au niveau de l'enseignement primaire, cet impératif a des incidences fortes sur les formations initiale et continue et sur l'investissement des enseignants ! »

Ce souhait, ce désir, de montrer l'impact profond qu'ont les mathématiques dans le quotidien des élèves et dans la construction de leur pensée ne pourra déboucher sur des orientations positives que si les enseignants montrent leur faculté d'adaptation et leur envie de répondre à l'appel de notre société. Si nous ne répondons pas présent dans les quelques années qui viennent alors nous perdrons très certainement la maîtrise des méthodes et des contenus qui doivent et peuvent être enseignés. Là encore le spectre du retour aux *bonnes-vieilles-méthodes-qui-ont-fait-leurs-preuves* plane au dessus de nous et n'attend qu'un aveu de faiblesse de notre part pour étrangler des années de recherche et de progrès pédagogiques et didactiques.

Donc je ne vais pas parler de technique ni de pédagogie, je vais juste raconter mon parcours dans le domaine des TICE et comment il me semble que les choses peuvent éventuellement se dérouler. Ce n'est pas du narcissisme évidemment, mais comme j'ai vécu de l'intérieur cette évolution[13] j'ose espérer que ma maigre expérience pourra apporter à mes jeunes collègues un éclairage différent.

Lorsque j'ai débuté dans le métier d'enseignant en 1976, l'utilisation de l'informatique était absente de mes cours pour des raisons évidentes. J'avais quand même eu le plaisir de suivre une UV d'Enseignement des Mathématiques à Paris VII - Jussieu où André Deledicq nous avait montré un certain nombre de manipulations assez spectaculaires en utilisant une calculatrice programmable et un traceur. J'ai d'ailleurs conservé précieusement le poly qu'il nous avait distribué et je le consulte encore régulièrement[14]…

Un des exemples les plus spectaculaires était un tracé de courbe de poursuite[15], chose inimaginable, voire incompréhensible pour l'étudiant « formaté » aux maths modernes que j'étais. Cet exemple m'a vraiment marqué et quand j'ai commencé à avoir des Terminale C vers 1985-86, bénéficiant d'une petite dotation en PC grâce à la taxe professionnelle, j'ai réussi, avec la version néolithique d'Excel (ça s'appelait *Multiplan*) à refabriquer ces courbes de poursuite : c'était en mode texte, on créait des colonnes de nombres et les élèves traçaient à la main leurs courbes, ça rigolait bien…

Assez rapidement on a été équipés en Amstrad 1512 (avec des disquettes 5''1/4) puis Amstrad 1640 (avec un disque dur de 20 Mo, énooorme) où ça se passait en mode Wysiwyg comme on disait (What You See Is What You Get) : le tableur (un clone de Lotus 1-2-3) m'a alors bien servi et j'imprimais les magnifiques courbes de mes élèves que j'affichais aux murs de la salle de classe ; par la même occasion je m'étais lancé à titre personnel dans le tracé de quelques IFS et autres fractales, également affichées : je me rappelle encore de la tête de l'IPR qui vint me visiter à l'époque… Il prit un air blasé en remarquant « Ah oui, les fractales, c'est bien à la mode actuellement ». Point barre, circulez, y'a rien à voir. Sur le coup ça m'a un peu contrarié parce que je pensais que ça permettait aux élèves de développer une autre vision des maths que celle qu'en donnaient les programmes de l'époque, mais ça n'était visiblement pas sa préoccupation.

Finalement quand je me penche à nouveau sur cette période je m'aperçois que je n'avais pas vraiment d'objectifs pédagogiques dans ma démarche : d'un côté j'avais un travail extrêmement formel à effectuer avec mes cours de maths standard, d'un autre côté j'essayais de donner « à voir » autre chose mais les deux ne se rejoignaient pas vraiment, il y avait une distorsion trop grande entre les deux démarches. Ceci dit je n'ai pas abandonné pour autant, persuadé que tôt ou tard on se rendrait compte que l'enseignement des mathématiques tel qu'il était pratiqué ne tenait pas vraiment la route et méritait une approche tenant davantage compte du potentiel de chaque élève, de la psychologie, de la réalité sociale, etc. J'ai donc continué cahin-caha à emmener mes élèves en salle d'informatique et à essayer de leur montrer des choses différentes.

Evidemment ça ne pouvait pas durer très longtemps et petit à petit je me suis découragé, d'autant que les profondes modifications dues à la disparition des sections C au profit des S m'a obligé à reprendre un enseignement de niveau moindre avec moins de temps et avec des élèves nettement plus fragiles en maths : depuis maintenant plusieurs années je n'avais plus la possibilité ni l'envie d'ailleurs de retourner en salle informatique.

Une des idées qui a également toujours conduit ma démarche d'enseignement était de développer chez les élèves une appropriation du monde extérieur en partie grâce au langage mathématique : c'est quelque chose que l'on fait volontiers en lien avec la physique (quand on connaît les programmes de physique…), mais plus difficilement avec d'autres disciplines. Toujours est-il que j'ai réussi, sans d'ailleurs que ce soit une démarche systématique, à me constituer un petit bagage d'applications des maths que j'exploitais du mieux possible dans mes cours ; de

13 De la 6 ème à ma première 2 nde j'ai fait des « maths classiques » ; à partir de la deuxième 2 nde jusqu'à la Maîtrise des « maths modernes »…

14 Si il y a des gens intéressés, je dois pouvoir fournir quelques photocopies…

15 Ca m'a d'ailleurs poursuivi (très drôle) : voir http://promenadesmaths.free.fr/fichiers_pdf/trajectoire_poursuite.pdf

même l'utilisation d'une perspective historique m'a toujours aidé dans cette démarche : il est difficile de comprendre les difficultés des élèves si on ne comprend pas quelles ont été les difficultés d'apparition de telle ou telle méthode ou résultat. Par exemple l'apparition du calcul différentiel a été extrêmement longue et complexe, on ne voit pas comment un élève de 1ère S ou ES pourrait se l'approprier réellement en un laps de temps aussi court qu'une année. De plus la première motivation de Newton, Leibniz et les autres était le calcul d'aires et de volumes ; or c'est ce par quoi on termine dans le programme de Lycée : ne serait-il pas plus raisonnable de partir du questionnement sur l'aire plutôt que du questionnement sur la tangente ? Cela mérite débat en tout cas (au même titre d'ailleurs que l'enseignement du calcul différentiel, mais il y a certainement des domaines « sacrés »…).

Le résultat de tout ça a été le début de l'écriture d'un livre en 2000 qui parut en 2003 : *Promenades mathématiques*[16], livre dans lequel j'ai essayé de rassembler tout ce que j'avais ainsi accumulé au fil du temps. Ce livre essaie de montrer l'unité de notre connaissance et que le meilleur moyen pour appréhender la complexité du monde reste encore de la traduire dans un langage que tous devraient pouvoir comprendre : les commentaires de mes lecteurs me laissent à penser que de ce côté-là j'ai à peu près réussi mon coup. C'est donc finalement un enjeu primordial d'arriver à ce que la grande majorité des élèves maîtrise un minimum (et si possible plus) de compétences dans le domaine des mathématiques et de leurs méthodes : cette idée est reprise en long en large et en travers dans les divers rapports PISA, OCDE et autres de ces dernières années, je n'invente rien évidemment.

L'écriture du livre s'est accompagnée de l'ouverture d'un site web où se trouvent en téléchargement les divers fichiers informatiques utilisés pour l'écriture du livre (fichiers Excel, Chamois (géométrie), Maple). A l'époque c'était une démarche peu usitée et les questions de droits d'auteur n'étaient pas vraiment réglées (je ne pense pas qu'elles le soient vraiment davantage aujourd'hui) : sur le site j'ai également mis des compléments qui me semblaient utiles ou qui n'avaient pas été utilisés dans le livre ; petit-à petit j'ai également rajouté des éléments qui sont devenus pour certains des incontournables du web…(par exemple sur les fonctions de Bessel ou les vibrations des poutres). Tous ces travaux m'ont permis d'approfondir ma réflexion dans ce domaine et de comprendre de mieux en mieux l'apport fondamental que permet l'informatique scientifique dans l'appréhension des phénomènes.

Evidemment les domaines en question sont assez peu utilisables par des élèves de Lycée[17], mais parfois il m'arrive de trouver une utilisation scolaire de ces travaux : par exemple j'ai en TPE un groupe qui travaille sur l'érosion, je leur ai fait modéliser l'équation de Laplace qui régit ces phénomènes avec le tableur[18]. Finalement, quand on s'intéresse à ce genre de choses on prend conscience de ce que très souvent les idées présentes en arrière plan de questions difficiles ne sont pas toujours si compliquées ; reprenons cet exemple d'équation de Laplace qui apparaît de manière naturelle dans l'équation des ondes : on met en place en général un formalisme assez lourd à base de gradient, de divergence, de rotationnel[19] auquel les malheureux étudiants ne comprennent pas grand chose alors que le fond du truc c'est que l'énergie impulsée dans la corde (ce fut le premier modèle étudié dans ce domaine) va se répartir petit à petit dans la corde en se moyennant, ce que l'on peut représenter sans difficulté avec un modèle discret. Le passage par la suite aux dérivées partielles peut se faire alors en remontant le mécanisme et non en le descendant : il est évident que l'appropriation de la situation en se créant des images mentales et des schémas de pensée cohérents sera infiniment plus forte que si l'on part du formalisme mathématique[20].

En 2004 j'ai monté un nouveau site[21] sur lequel j'essaye de faire du partage et de fournir des informations et de la documentation ; d'un côté j'ai mis en ligne le matériel pédagogique accumulé depuis des années : exercices, annales, cours, textes, d'un autre côté mes cahiers de textes ainsi que divers dossiers relatifs à des questions variées (PISA, Epreuve pratique, banque de liens). Voici un petit bilan de ces diverses activités.

---

16 http://promenadesmaths.free.fr/

17 Essentiellement pour des raisons de temps : on peut aborder rapidement de nombreuses questions en les abordant par l'informatique, mais pour rentrer vraiment dans la théorie il faut être nettement plus patient. Ceci dit il y a certainement un réflexion approfondie à mener sur ces questions.

18 Je traite cela dans l'article http://promenadesmaths.free.fr/Equations%20de%20la%20physique.htm que j'ai adapté pour eux.

19 En tous cas c'est comme ça que je l'ai appris à la Fac et quand on regarde les livres de physique universitaires français c'est souvent présenté ainsi.

20 Je ne peux que recommander la lecture des divers ouvrages de Richard Feynmann dans ce domaine : aussi bien ses cours qui sont d'une richesse exceptionnelle que les ouvrages de vulgarisation qui montrent une compréhension hors du commun de la physique et des mathématiques. Et en plus c'est souvent drôle…

21 http://laroche.lycee.free.fr/

- Annales et exercices : gros succès, même si c'est en Word et en PDF pour l'essentiel. Ça demande un travail de mise à jour et de recherche des sujets ; ça complète bien le travail sur les annales de Denis Vergès en Latex[22] même si je ne traite pas toutes les séries… Pour les exercices c'est pratique de piocher là-dedans et même si les élèves y ont accès, vu la masse d'exercices ils sont globalement utilisables car il y a peu de chances qu'ils les aient déjà traités. Un point qui m'a posé problème pendant quelques temps est que les programmes et surtout la philosophie des maths en TS ont considérablement changé ces dernières années ; je ne peux plus trop utiliser les manuels, aussi j'ai fini par créer mon propre manuel que je mets à jour chaque année depuis trois ans. J'ai également trouvé un système d'impression en ligne grâce auquel je peux fournir des exemplaires de bonne qualité aux élèves à la place des photocopies. Quelques regrets : ce n'est pas accepté par la Région, qui paye les manuels, et les élèves doivent contribuer pour une somme modique. Pour le partage d'exercices sur le site je donne mais j'ai assez peu de retours. Il me semble que trop peu de collègues sont prêts à fournir du matériel bénévolement, mais c'est un problème connu de longue date… Enfin, il y en a quand même… et je les cite systématiquement.

- Cahiers de textes : il y a plusieurs avantages à avoir ses cahiers de textes en ligne. Le plus important est de pouvoir informer directement élèves et parents de l'avancement du programme, des exercices, des devoirs surveillés ou maison (énoncés et corrigés sur le site) et même des notes. Cela donne également du sens à cet exercice qui sans cela reste assez formel puisque destiné principalement à l'administration : on y voit enfin un vrai intérêt pédagogique… Par ailleurs le fait de fournir son mail est également intéressant : souvent des élèves posent des questions sur des exercices ou cherchent des liens ou passent des informations que je remets sur le site. Je demande même de temps en temps des devoirs avec l'envoi d'une figure sous *geogebra*, mais là ça devient plus compliqué à gérer. Enfin je fais de grosses économies de photocopies : par exemple quand je fais un TD informatique je mets le texte en ligne et les élèves n'ont plus qu'à le télécharger depuis leur poste de travail.

- Informations : la page sur l'Epreuve pratique a pas mal de succès, de même que la banque de liens. Pour l'Epreuve pratique je suis obligé de surveiller ce qui se passe quasiment au quotidien ; je travaille également à la création d'exercices et de sujets adaptés pour tous les niveaux. Pour la banque de liens j'en rajoute régulièrement mais il faudrait que je fasse du ménage plus souvent, ce qui est chronophage…

Les autres pages sont moins consultées mais certains textes doivent être à la disposition de tous…

Revenons à l'aspect plus particulièrement didactique du travail avec l'informatique : d'une manière générale l'enseignement des maths, comme souligné précédemment, reste extrêmement formel et les questions liées à la démonstration et à l'apprentissage des techniques occupent une place énorme par rapport à l'activité principale que devrait être la vraie activité mathématique en classe, à savoir se poser des questions, réfléchir à la manière de résoudre ces questions, essayer de répondre aux questions et enfin justifier tout cela. Y a-t-il une nécessité absolue de savoir calculer (au sens algébrique du terme) avec des racines carrées pour calculer une distance ? Doit-on absolument savoir calculer une primitive pour trouver une intégrale ? Les fractions sont elles indispensables pour calculer ? La confusion est permanente entre l'outil (le calcul, la démonstration) et l'idée (je mesure une longueur, j'évalue une aire, j'ajoute deux nombres). Globalement on est dans la situation du menuisier à qui on demande une armoire et qui se précipite sur sa scie sans même voir qu'il n'a pas une planche devant lui ! Peut-être sait-il très bien scier mais il n'a rien à scier…

Récemment j'ai donné l'exemple suivant à des stagiaires PLC2 : proposons à des élèves de TS d'évaluer $\int_0^1 e^{t^2}\,dt$. Non seulement cela leur sera impossible mais en plus ils n'auront la plupart du temps aucune idée pour y arriver. Que vaut-il mieux ? Que les élèves soient capables de faire une double intégration par parties pour calculer[23] $\int_0^{\pi} x^2 \cos x\,dx$ ou qu'ils aient l'idée de faire des encadrements de la fonction ? d'utiliser une approximation par des rectangles ? ou toute autre méthode ayant un sens ?

La réponse est évidente et pourtant combien d'entre nous continuent à s'acharner sur ces calculs répétitifs, que Nicolas Rouche appelle le *drill*[24], qui pour les élèves n'ont guère de sens et qui pour l'enseignant n'en ont souvent guère plus… : « *Les élèves […] qui arrivent à calculer et à retourner le cas échéant des lettres aux nombres, ne mobilisent dans l'activité de drill qu'une pensée mathématique de courte portée. Les autres élèves ne pensent pas du tout sur le plan mathématique. Ils vivent la débâcle du sens. Dans leur esprit les symboles ont largué leurs référents. La porte est grande ouverte sur l'arbitraire. Ils imaginent en calculant les choses les plus farfelues, les*

22 Nouvelle adresse : http://www.apmep.asso.fr/spip.php?rubrique314

23 Je cite cet exemple volontairement car il m'a été asséné par un collègue comme le summum de la connaissance mathématique en TS, alors que ce n'est pas vraiment dans les objectifs du programme…

24 APMEP, Bulletin vert n°472.

plus absurdes. Beaucoup se mettent à vomir les calculs et, par effet d'entraînement, les mathématiques. On les envoie à la remédiation comme s'ils étaient malades, alors que leur indigestion est sans doute la réaction saine d'un organisme ingurgitant des arêtes sans chair, des symboles sans référents. »

Voici également ce qu'en dit Dominique Tournès[25] de manière un peu moins brutale : « *j'ai repéré, à propos du calcul, trois diagnostics […] : la difficulté à articuler la résolution de problèmes et l'apprentissage méthodique des techniques de calcul, la constatation que le calcul mental et le calcul instrumenté sont négligés par les maîtres, la nécessité de revaloriser l'image du calcul en montrant que c'est une activité intelligente. Je crois que ce dernier mot résume l'essentiel : faute de percevoir l'intelligence du calcul, on a trop souvent tendance à le réduire à une activité pauvre, répétitive et sans âme.* »

Nous sommes au cœur du problème : qu'apporte l'informatique dans ce domaine ? Tant que l'on reste dans l'apprentissage du calcul pour le calcul, rien. En tous cas rien de plus que ce qu'on faisait avant, si ce n'est que le fait de laisser aux élèves un peu plus d'autonomie peut aider à améliorer les choses en décrispant les situations, mais je n'y crois qu'à moitié. Par contre pour ce qui est de l'appropriation des situations, il y a une dimension d'activité absolument incontournable. Encore D. Tournès : « *[…] les outils modernes peuvent jouer un rôle essentiel, en offrant la possibilité d'effectuer des calculs nombreux en un temps court, ce qui permet d'expérimenter véritablement, d'explorer des situations complexes, de repérer leurs régularités et leurs variations. De ce point de vue, on peut regretter que les problèmes rencontrés par les élèves restent souvent trop stéréotypés.* »

Notre slogan sera alors, sans crainte de nous contredire : « A bas le calcul, vive l'intelligence du calcul »… Mais voilà qu'arrive maintenant le grand leitmotiv « on n'a pas assez de temps », pas le temps de finir le sacro-saint foutu programme, pas le temps d'entraîner suffisamment les élèves à la répétition d'algorithmes sans intérêt, pas le temps de répéter dix mille fois les mêmes exercices, oui, c'est clair. Il faut faire le programme c'est évident, on est payé en grande partie pour ça, les collègues doivent pouvoir compter sur nous, etc. mais il y a certainement des stratégies de contournement du programme : non pas contournement des contenus mais adaptation des méthodes, restructuration des démarches et de l'organisation, amélioration des évaluations…, une fois de plus il nous faut sortir de la routine !

Voici par exemple ce que je fais cette année en Seconde où j'ai la chance de pouvoir emmener mes élèves en salle informatique pour toutes les séances de TD (ceci dit ça pourrait se faire sans l'informatique, mais ça aide vraiment beaucoup). En général on commence la Seconde avec des révisions de calcul : pour ma part il s'agit d'une perte de temps totale car soit l'élève a déjà compris et ça ne sert pas à grand chose, soit il n'a pas compris et ça l'enfonce dès le début de l'année… Bref je commence par cette bonne vieille géométrie et les similitudes arrivent très vite sur le tapis. Rien que là je peux voir ceux qui ont du mal avec le calcul, ceux qui raisonnent bizarrement, commencer à travailler la démarche autonome, l'expérimentation… Ah ! je ne remercierais jamais assez Markus Hohenwarter d'avoir programmé *Geogebra*… parce que non seulement vous pouvez faire chercher les élèves mais tout est transparent : la géométrie analytique est arrivée de manière totalement naturelle car il a suffi de répondre aux questions sur le fonctionnement du logiciel et sur la fenêtre *algèbre*… et quand je calcule une distance, le calcul de la racine carrée prend tout son sens, et quand je cherche une équation de droite je vais faire du produit en croix et en plus je peux vérifier avec le logiciel, et quand je fais un lieu de points la notion de fonction n'est pas loin, et pour résoudre des équations c'est simplissime, et… Je m'arrête, je pourrais en parler pendant des heures…

Résultat actuel : je crois que sur une classe de trente-six élèves je n'en ai pas plus de deux ou trois qui sont un peu trop perdus ; même si techniquement tout le monde n'est pas au top, au niveau de la compréhension ça se passe nettement mieux que d'habitude. Au niveau contenu, arrivé au milieu de l'année j'ai fait plus de 80 % du programme… et sans forcer, vous pouvez regarder le cahier de textes. Et puis j'ai le travail de chacun sous le nez à chaque séance : quand je fais des exercices en TD, la plupart du temps je me contente de problèmes techniques en espérant que je vais détecter ce qui ne va pas chez l'un ou chez l'autre ; si je veux évaluer la compréhension et l'autonomie c'est beaucoup plus difficile : en salle informatique il n'y a pas d'ambiguïté et je suis contraint de faire faire vraiment des maths aux élèves !

Alors oui, on peut critiquer l'organisation, le manque d'heures, le manque de moyens, tout cela est bien réel, mais d'un autre côté le gain en qualité semble considérable si on est prêt à remettre en question certaines certitudes, certaines attitudes héritées d'un passé où tous les élèves devaient rentrer dans le même moule sous peine d'être éjectés du système. Il faut que nous soyons pleinement ouverts sur la nouveauté, sur l'innovation, sur la découverte au service de notre enseignement. Mon désespoir permanent d'enseignant est que tous mes élèves n'y arrivent pas parce que je ne suis pas capable de leur donner le goût et l'envie des maths et finalement c'est ça que m'apporte l'informatique et que j'attendais/espérais depuis trente ans : arriver à ce que TOUS mes élèves fassent vraiment un peu de maths… Oh ! je sais bien que ce n'est pas la panacée, qu'il y a encore un travail considérable

25 http://eduscol.education.fr/D0217/actes_maths_primaire.pdf p 34

pour s'adapter, pour trouver les bonnes démarches, les bons outils, mais on est sur la voie et si on nous laisse faire notre travail sans nous suspecter d'emmener les élèves vers des horizons sans avenir, alors on aura une petite chance de réussir.

Pour terminer je souhaite citer un long passage de l'ouvrage « Faire des mathématiques : le plaisir du sens » de B. Charlot, N. Rouche et R. Bkouche, passage dû à la remarquable plume de Bernard Charlot[26] :

« Les choses se passent souvent ainsi : le professeur de mathématiques explique la théorie aux élèves, puis vérifie si ceux-ci l'ont bien comprise et leur donne des exercices. La théorie, c'est la science achevée, celle qui a perdu la trace de son histoire conflictuelle et tumultueuse pour prendre la forme d'un discours sans faille, auquel il est difficile de rien changer. Tel est le destin de toute théorie mathématique : après les labeurs de ceux qui l'ont façonnée sur des chantiers de problèmes, elle aboutit comme un cristal sans défaut dans des traités et des manuels. Et sous cette forme elle atteint les élèves et les étudiants. Ceux-ci en retirent l'idée d'une science éternelle, qui dit l'essence des choses, au delà de toute critique possible.

De la science ainsi perçue, les professeurs sont en quelque sorte les gardiens. C'est la science qui leur a été confiée lorsqu'ils étaient à l'Université. Ils doivent la transmettre pure de toute tache, je veux dire de toute erreur. Leur souci premier, c'est la rigueur. Il ne faut surtout pas se tromper car se tromper c'est démériter. Il faut sanctionner les erreurs chez les élèves. Les erreurs sont toujours négatives, il faut les pourchasser, les réprimer, elles sont le contraire de la science, le contraire de la vérité. On vit dans la terreur de l'erreur. Il y a chez les professeurs de mathématiques et chez leurs élèves une angoisse de l'erreur.

Comment, dans un tel climat, organiser des résolutions de problèmes ? J'entends non pas des problèmes à côté de la matière et sans trop de conséquences, mais des problèmes au cœur de la matière à enseigner, à construire avec les élèves. Ceux-ci, confrontés à des problèmes qui provoquent des conceptualisations importantes vont « se tromper »… Ils vont tenter des solutions aussi peu orthodoxes que possible. Il va donc falloir leur permettre des erreurs, mieux, leur instiller des doutes, puisque s'il n'y a pas de doute, il n'y a pas non plus de problème. Le doute et l'erreur ont une fonction primordiale et positive, car non seulement ils manifestent la nécessité de la recherche, mais encore ils indiquent les directions où il faut chercher.

Mais si on laisse ainsi les élèves retrouver sur des chantiers de problèmes l'indispensable liberté de se tromper, la liberté, la mobilité de leur pensée, comment le professeur va-t-il pouvoir maîtriser, gérer tout cela ? C'est bien difficile et force est de reconnaître que beaucoup n'osent pas organiser cette liberté-là.

Et d'ailleurs on ne le leur a jamais vraiment appris. Dans les universités aussi, on enseigne la science achevée. Quoi d'étonnant à ce que les professeurs du secondaire reproduisent dans leurs écoles le type même de science qui leur a été inculquée ? Faut-il chercher la cause de ce dysfonctionnement, à savoir l'absence de liberté de penser, ailleurs qu'à l'université ? Si les étudiants n'y ont que rarement l'occasion de discuter un énoncé dont on doute vraiment, ou d'une preuve imparfaite, quoi d'étonnant à ce que les élèves du secondaire se retrouvent dans la même situation ? A l'université les étudiants ont accès à la science écrite des traités et au discours oral longuement préparé des cours magistraux. Imaginent-ils seulement les allusions, les petits dessins, les gestes, les phrases inachevées, les métaphores, les comparaisons qui ne sont pas raisons, bref, l'extrême liberté des conversations des chercheurs en mathématiques ?

Pourquoi les professeurs de mathématiques lisent-ils si peu ? Parce qu'on leur a donné une fois pour toutes la science achevée qu'ils ont à restituer ? Par comparaison les professeurs de français lisent beaucoup plus, organisent dans leurs classes des débats d'idées. Serait-ce qu'en mathématiques il n'y ait pas lieu de débattre des idées ? »

Et maintenant que faire pour améliorer l'enseignement mathématique dans l'avenir ? L'essentiel ne serait-il pas d'essayer d'amener les enseignants de tous niveaux, les étudiants, les élèves et les écoliers sur le terrain des problèmes mathématiques conduisant à théoriser, à conceptualiser ? Car on les a invités assez jusqu'ici à la contemplation des mathématiques, monument immuable.

Des problèmes conduisant à théoriser ? Le risque est grand de se méprendre sur ce que cela veut dire. Ce sont des problèmes pour la solution desquels on ne dispose pas à l'avance des instruments nécessaires. Des problèmes dans lesquels l'énoncé, la preuve et les concepts qui y sont engagés sont ajustés les uns aux autres sur un même chantier de travail, comme c'est souvent le cas dans la recherche. C'est une activité dans laquelle les élèves sont amenés à prendre eux-mêmes des décisions, localement, au niveau de la conceptualisation.

[26] Armand Colin, 1991, p 52 et sq.

Voici, brièvement, un exemple. On veut enseigner le plus grand commun diviseur. Il ne faut surtout pas commencer par le définir. Il ne faut pas non plus laisser tâtonner les élèves sur quelques exemples conduisant à la définition. Mais on pourra leur donner un rectangle mesurant 42 sur 98 cm et leur demander de le paver avec des dalles carrées les plus grandes possibles. Ensuite on les laisse travailler une heure, deux heures, le temps qu'il faut, en discutant parfois avec eux, mais sans vendre la mèche. Puis on leur donne un rectangle analogue avec des côtés s'exprimant toujours en nombres entiers, mais plus grands. Après beaucoup d'efforts et de débats, le professeur et les élèves rédigent ensemble une synthèse sur le plus grand commun diviseur.

A l'étape suivante on demandera aux élèves de paver avec des dalles les plus grandes possibles un rectangle dont les côtés s'expriment avec des nombres rationnels. Nouvelle recherche dont on acceptera qu'elle soit longue, et qui dégagera l'idée de (plus grands) commune mesure. Ensuite on pourra proposer de paver, ou si on veut de quadriller, la feuille de format A4, sachant que si on la plie en deux parallèlement à son petit côté, on obtient un rectangle semblable à la feuille de départ (…). Nouveaux tâtonnements, nouvelle recherche durant laquelle les élèves ont pleine liberté de penser. Ils découvrent, avec une aide minimale du professeur, l'impossibilité de quadriller la feuille et l'irrationalité de $\sqrt{2}$. Dans le premier cas, on n'a pas défini à l'avance la commune mesure. Dans le second on a proposé une tâche impossible à réaliser : quadriller la feuille. On n'a défini a priori ni $\sqrt{2}$ ni le concept d'irrationnel. Ces concepts sont construits sur les chantiers de problèmes.

Un objectif pourrait être que d'ici vingt ans[27], la moitié du temps de formation mathématique à tous les niveaux soit consacrée à travailler des problèmes situés au cœur de la matière à apprendre et conduisant à théoriser. Pourquoi estimer à vingt ans le délai nécessaire ? Tout simplement parce qu'il s'agit d'un changement considérable, le changement d'une tradition séculaire qui ne peut se faire hâtivement. De toute façon, il faudrait mettre en œuvre de très gros moyens et y réfléchir longuement.

On peut aussi douter d'y arriver jamais, pour la raison proposée ici à ceux qui sont sensibles à ce type d'analyse. Dans la société qui est la nôtre, le pouvoir est de plus en plus fondé non seulement sur la science, mais sur l'invocation de la science, la persuasion, voire l'intimidation par la science. Pour que la société se maintienne telle qu'elle est, avec le pouvoir où il est, il est sans doute essentiel que la plus grande partie des citoyens acquièrent de la science l'image qu'on leur en donne aujourd'hui : celle d'un monument incontestable.

Mais il n'est pas nécessaire de trop espérer pour entreprendre : les efforts que l'on fait pour tendre vers une utopie ont un sens par eux-mêmes et ne sont jamais entièrement vains.

Il faut travailler en priorité dans les universités et les écoles normales[28], là où se trouve la source de dysfonctionnement. En outre, c'est là qu'une action de réforme se démultipliera par elle-même, les anciens élèves se retrouvant dans une multitude de classes. Travailler par le canal de la formation continue est certainement aussi utile, mais là les actions seront plus ponctuelles et les effets ne seront pas démultipliés comme quand on remonte à la source.

Par-delà ces efforts pour ancrer l'apprentissage des mathématiques dans une plus grande épaisseur de sens, on pourrait faire encore bien des propositions. […] Les moins urgentes sont peut-être celle qui concernent les programmes et les manuels. C'est qu'on en a de tout temps produit de nouveaux, mais sans aboutir à généraliser dans les classes la liberté, la mobilité de la pensée qui sont les garants d'un apprentissage profond.

---

[27] Ce texte date de 1984…

[28] Les IUFM actuels