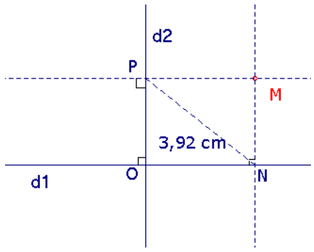
UN LIEU MYSTERIEUX FICHE PROFESSEUR

Niveau *: cycle central.*
Matériel *: salle équipée d'ordinateurs et pour le professeur d'un ensemble ordinateur et vidéoprojecteur.*
Fichier de géométrie utilisé : animmyst *à projeter.*
Durée *: 1 h 30 à 2 h.*

Cette activité est présentée avec Cabri-géomètre et transposable au logiciel GeoGebra.

Problème

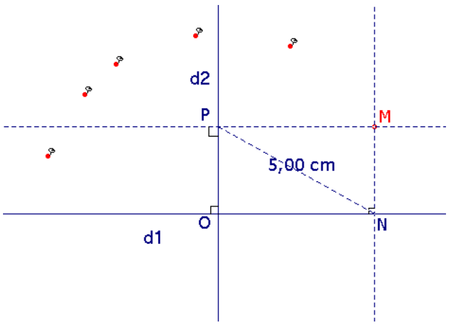


Le problème consiste à déterminer les emplacements de M pour lesquels NP a pour longueur 5 cm, les points N et P étant mobiles respectivement sur d_1 et d_2.

Premier temps : recherche de la conjecture

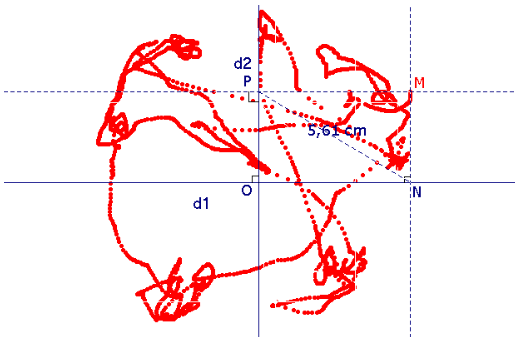
La ***fiche élève*** est distribuée. Les élèves doivent commencer par exécuter un programme de construction de la figure.
Le professeur s'assure que les élèves ont construit correctement la figure c'est-à-dire qu'elle résiste aux déplacements de tous les éléments mobiles, que M est le sommet du rectangle libre dans le plan. Il les aide éventuellement à afficher la longueur NP.
Des élèves peuvent se trouver démunis devant cet énoncé ouvert, il faut alors les amener à déplacer le point M en observant les variations de la longueur NP.
La plupart trouvent assez rapidement un premier emplacement solution. Certains en ajoutent 1, 2 ou 3 par symétrie. Le professeur doit inciter à en chercher d'autres.
Apparaît alors la difficulté de la matérialisation de ces points solutions sur l'écran. Le professeur peut proposer deux techniques :

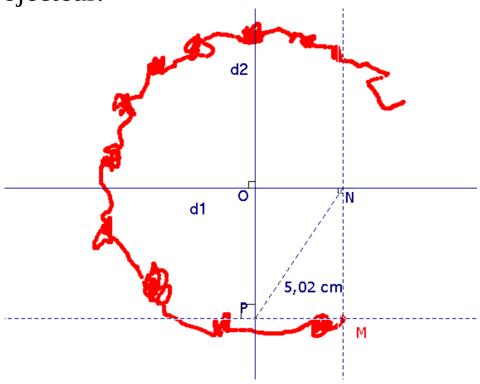
- pour chaque point solution, marquer un point voisin et le punaiser (Cabri),



- activer la fonction *Trace* (Cabri, GeoGebra) pour le point M et faire un « pâté » pour chaque point solution.

Une présentation de ces techniques peut être faite au vidéoprojecteur.





Au début, les élèves recherchent les emplacements de façon désordonnée, pour aller ensuite vers une recherche plus structurée.

Une discussion peut s'engager sur le nombre de points solutions, entre ceux qui en restent à 4 points, ou même 12, 16 points (par des considérations de symétrie) et ceux qui pensent qu'il y en a une infinité. Ensuite le professeur amène les élèves à conjecturer le lieu géométrique cherché en posant par exemple la question : « Ces emplacements se trouvent sur une figure à déterminer. Quelle est cette figure ? Donner toutes ses caractéristiques. »
Ils conjecturent assez rapidement qu'il s'agit d'un cercle sans le définir complètement. Il faut leur faire préciser le centre et le rayon.

Les plus rapides sont invités à chercher une preuve.
La mise au point finale sur la conjecture peut se faire au vidéoprojecteur : le professeur trace, par exemple, le cercle de centre O et de rayon 5 cm, il déplace le point M et fait observer que M semble bien être sur ce cercle lorsque PN = 5 cm.
Les élèves sont alors tous convaincus. On peut aussi utiliser la fonction *redéfinition d'un objet* de Cabri, qui permet de lier le point M au cercle.

Deuxième temps : recherche de la démonstration

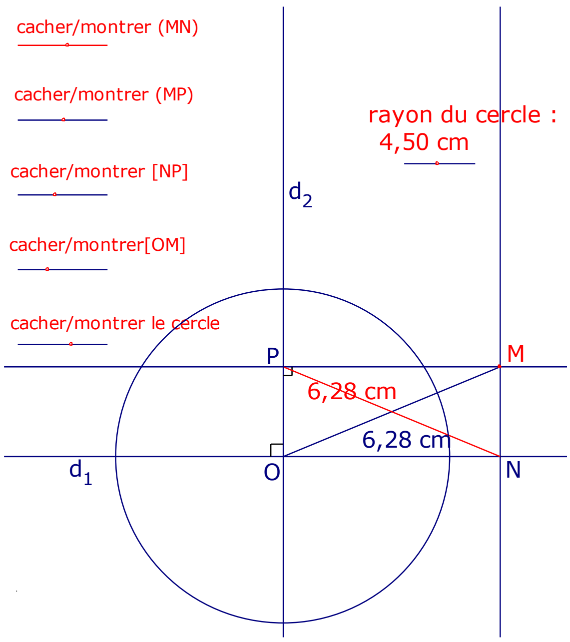
On ne cherche pas à établir une démonstration formelle mais à répondre à la question Pourquoi un cercle et pourquoi ce cercle ?
Il faut laisser un peu de temps aux élèves pour chercher une explication.
Pour certains, le rayon du cercle est 5 car il y a 5 dans l'énoncé, ils ne cherchent pas plus de justification, mais d'autres font le lien entre le rayon du cercle et les diagonales du rectangle.
Les élèves exposent leurs arguments, puis le professeur en fait une synthèse, en dégageant les propriétés utilisées.

- PONM est un rectangle, or les diagonales d'un rectangle sont égales, donc dire que PN=5 cm, c'est dire que OM = 5cm.
- Les points situés à 5 cm de O sont tous les points du cercle de centre O et rayon 5 cm.

Le professeur peut s'aider d'une animation (***animmyst)*** pour résumer ou reprendre et même généraliser la démonstration en faisant varier PN.

On peut par exemple commencer par la construction de la figure initiale, déplacer le point M, qui fait varier NP, puis faire apparaître le cercle et faire varier son rayon. En redéfinissant le point M comme point du cercle, on constate que NP reste égal au rayon du cercle, quel que soit ce rayon.

Une autre possibilité est de cacher [NP], fixer M sur le cercle et demander aux élèves de prévoir la longueur NP pour différentes valeurs du rayon …



Pour en savoir plus sur la genèse de l'activité, voir « Transformations d'un problème ».