Hic inseratur Schema alvei, *seu* Abaci Arealis, *notatum signis* ♈ ♉ ♊ ♋.

CAPVT VII.

De motu areali calculorum in abaco.

PER hujus abaci areolas quadratas huc atque illuc movendi sunt calculi ad numeros exprimendos & computandos.

Motus seu progressus arealis duplex est, Directus, & diagonalis.

Directus est, qui motu elephantis turtiferi scacchia procedit parallelus ad latera.

Vt ab a in &, à b sinistro in α dextrum: à c sinistro in β dextrum, à d sinistro in γ dextrum: & ita deinceps.

Vel aliter: à b dextro ad α sinistrum, à c dextro ad β sinistrum, à d dextro in γ sinistrum. Vel contrà, ab & in a, ab α in b, à β in c, à γ in d, &c. sive dextrorsum, sive sinistrorsum, sive ascendendo, sive descendendo.

Vnde

Vnde motus directus duplex est: alter parallelus ad lineam ♈ ♋, vel ♉ ♊: alter huic motui orthogonalis, & parallelus ad lineas ♈ ♉, & ♊ ♋.

Atque hi duo motus semper sese ad invicem secant in angulo aliquo communi diligenter observando.

Vt directus motus à d dextro in γ sinistrum, & motus à g sinistro in ζ dextrum, sese secant in ω; qui communis angulus seu areola inter d dextrum, & g sinistrum dicitur. Et ita de reliquis.

Motus diagonalis est, qui ab angulo aliquo ad suum diametraliter oppositum angulum tendit: aut huic motui parallelus est, instar motus sagittiferi scacchiæ.

Vt ab a in ψ, à b in χ, à c in φ, à d in υ, &c. literis utrisque dextris, aut utrisque sinistris; aut contrà à ψ in a, &c. Aut aliter, literis similibus, altera dextra, altera sinistra: ut à b dextro in b sinistrum, à c dextro in c sinistrum, à d dextro in d sinistrum; vel contrà, & sic deinceps.

Vnde etiam & hic diagonalis motus duplex est: alter inter similes, alter inter dissimiles literas.

Inter similes dicitur progressus, quum à dextris juxta ♋, in sinistras versus ♉: aut contra

tra

trà à ♉ in ♋ progredimur.

Inter dissimiles autem, quum ascendimus ab ♈ in ♊, aut descendimus à ♊ in ♈, ut in superioribus exemplis patet.

CAPVT. VIII.

De Axiomatis & consectarijs utriusque motus in abaco.

AXIOMA I.

DIrectè ascendendo motu seu tractu elephantis, areola quæque superior est valore dupla proximè inferiori, sive dextrorsum, sive sinistrorsum procedas.

Vt ab a in b sive dextrum sive sinistrum, incrementum inter areolas duplum est: nam areola a valet 1, b autem 2. Sic à b ascendendo, sive dextrorsum, sive sinistrorsum, valebit proxima areola c 4, quæ sunt duorum duplum. Par ratio in cæteris ascendendo: & contrà descendendo.

AXIOMA 2.

Omnes areolæ diagonaliter interjectæ inter duas similes literas, sunt ejusdem valoris cujus est numerus in utroque margine notatus: & ha *hæ iisdem literis (potentiâ saltem) notari intelliguntur.*

Vt omnes areolæ quadratæ diagonaliter interjectæ inter l & l, intelliguntur notari litera l, & valere 1024.

Ex duplici hoc motu, directo elephantis, & diagonali sagittiferi, & suis axiomatis jam dictis, sequuntur plurima Corollaria infrà scripta.

COROLL. I.

HINC *primò constat calculum moventem diagonaliter inter similes literas, nec literale nomen, aut notam, nec numeralem valorem mutare: atque ideo hunc motum meritò æqualem dici.*

COROLL. 2.

Secundò, ut diagonalis motus calculi dextrorsum, vel sinistrorsum (more sagittiferi scacchiæ) valorem ejus non mutat: sic ascensus diagonalis valorem ejus quadruplicat: ita ut superior quæque areola sit quadrupla proximè substitutæ ei areolæ angulariter conjunctæ.

COROLL. 3.

Tertiò sequitur, quod diagonalis linea ϒ II, *seu a* ψ *areola ascendunt per numeros alternos, quadruplos, & quadratos, & per literas*

alternas:

alternas: atque hæ areolæ sunt punctis signandæ pro extractione quadrata.

Vt a 1, c 4, e 16, g 64, i 256, &c. usque ad ψ.

COROLL. 4.

Quartò, quod diagonalis lineæ b χ, areolæ ascendunt per numeros alternos, & quadruplos, sed non quadratos: & per literas alternas.

Vt b 2, d 8, f 32, h 128, k 512, &c. usque ad χ.

COROLL. 5.

Quintò, quod areolæ à c in φ, ab e in τ, à g in ϖ, &c. procedunt ut areolæ in linea a ψ, incipiente tamen qualibet à numero marginali illi subjecto.

COROLL. 6.

Sextò, quod areolæ à d in υ, ab f in ς, ab h in ϖ, & cæteræ alternatim positæ, procedunt ut areolæ in b χ lineæ: incipiente tamen qualibet à numero marginali illi subjecto.

COROLL. 7.

Septimò sequitur, quod ex multiplicatio-

 ne duo-

ne duorum numerorum , quorum alter est in margine ♈ ♋, alter in margine ♈ ♉, producitur numerus communis areolæ, seu anguli directo motu intercepti : quem literæ similes, dextrorsum & sinistrorsum diagonali motu ab hoc communi angulo procedendo, monstrabunt.

Vt ex multiplicatione d 8, in g 64, producuntur k 512 litera & numerus areolæ, seu anguli communis inter d & g, quem notâ ω signavimus. Et ita in cæteris.

COROL. 8.

Octavò sequitur, quod cuique calculo in area posito, tres conveniant numeri & suæ tres literæ : duo directo motu illi calculo substituti, quorum alter dextrorsum, alter sinistrorsum reperitur : tertius numerus diagonali motu sagittiferi scacchiæ dextrorsum & sinistrorsum, per similes numeros & literas marginales designantur.

Vt calculo deposito in area ω, respondent motu elephantis turriferi scacchiæ duo numeri & duæ literæ d 8, & g 64 ; & tertius numerus cum tertia litera k 512 reperitur in utroque margine dextro & sinistro, motu sagittiferi procedendo.

COROL. 9.

Nonò sequitur, quod horum trium numerorum

rum, is tertius, quem sagittifer scacchia monstrat suo motu dextrorsum, & sinistrorsum: in opere multiplicationis est multiplum reliquorum duorum: quorum alter est multiplicans, alter multiplicandus. Et in opere divisionis, idem tertius est dividendus: & reliquorum duorum, (quos elephantis motus in inferioribus marginibus designat) alter est divisor, alter quotiens.

Vt in superiori proximo exemplo trium numerorum d 8, g 64, & k 512; in multiplicatione, k 512 est multiplum factum ex 8 & 64: & horum alter est multiplicans, alter multiplicandus. In divisione autem, idem tertius k 512 est dividendus: reliquorum verò alter divisor, alter quotiens.

Admonitio.

HIS ergo consectariis variè transponuntur, extenduntur, & abbreviantur calculi in area depositi: &, retento pristino valore, fiunt ex iis variæ figuræ, utpote quadrangulæ seu oblongæ, quadratæ, & aliæ multiplicationibus, divisionibus, & extractionibus radicum aptissimè convenientes, ut iam ex sequentibus patebit.

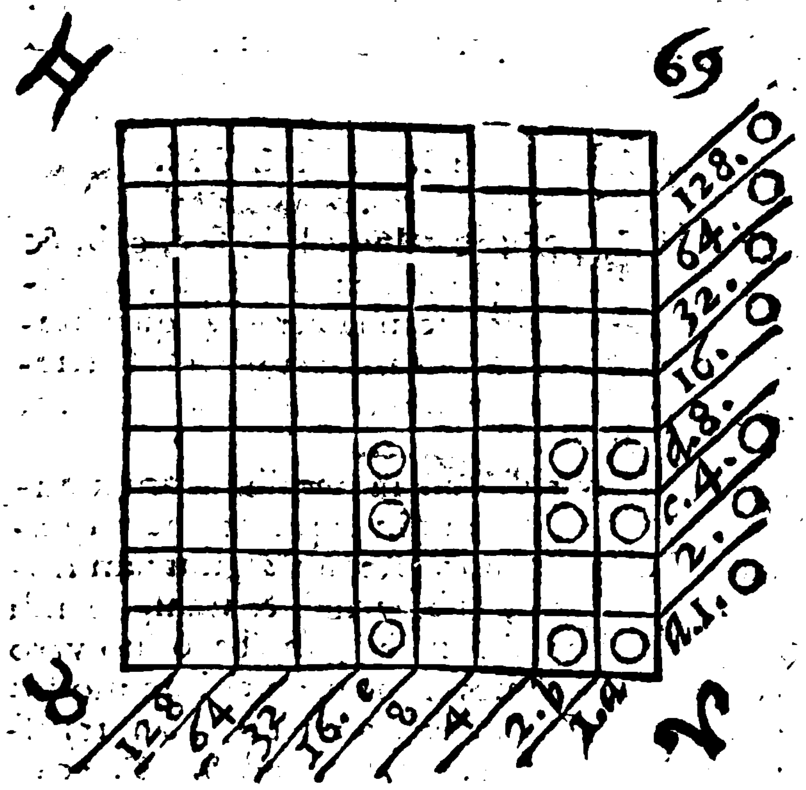
CAPVT IX.

De Multiplicatione.

IN Multiplicatione oportet numeros multiplicantem & multiplicandum separatim sumptos minores esse duplo medij (medium enim voco, numerum in angulis ♉, aut ♋ locatum) quod duplum in hoc abaco præcedente est 16777216. *Multiplicandi itaque & multiplicantis alterum, calculis aut cretâ in margine inferiore, & dextro ♈ ♋: alterum in inferiore, & sinistro ♈ ♉, signabis: non tamen intra abaci aream, sed super suos numeros juxta literas. Deinde singulorum duorum calculorum, aut signorum marginalium (quorum calculorum alter dexter, alter sinister est) signa omnes communes angulos areales calculis, diligenter observando ne vel unum omiseris: hi enim calculi areales figuram quadrangularem exactè referentes quæsitum multiplum, seu productum optatum designant: quod abbreviatione, translatione, & reductione manifestè patebit.*

Vt sint multiplicanda 19 (quæ translata fiunt a b e) in 13: quæ translata fiunt a c d. Calculis aut cretâ signentur a b e, vel sui

sui numeri 1, 2, 16, in infimo & sinistro margine ♈ ♉: a c d verò, vel sui numeri 1,4,8,in dextro ♈ ♋ signentur, ut infrà. Deinde omnes communes anguli inter sinistras notas a b e, vel 1, 2, 16, & dextras a c d, vel 1,4, 8, signentur calculis in area depositis, & figuram quadrangularem appositam referent. Abstractis igitur calculis marginalibus, & deletis notis multiplicantis & multiplicandi, quæ prius apponebantur: abbrevianda est summa quadranguli arealis, & transponendi sui calculi, hoc modo: calculum arealem in angulo communi inter 1, & 1, transpone in marginem 1 dextrorsum: calculum inter 2 & 2, in numerum marginalem 2 dextrorsum. Pro calculo etiam inter 4 & 4, ponatur unicus calculus in margine



 eodem

eodem apud 4. Pro calculis autem inter 8 & 8 auferendis, ponatur unicus calculus inter 16 & 16 in area: & jam sunt tres calculi in area inter 16 & 16: pro quibus ponatur calculus unicus in margine præfato apud 16, & alius in area inter 32 & 32: qui, quia unicus & solus in hac area est, in marginem apud 32 transferendus est.

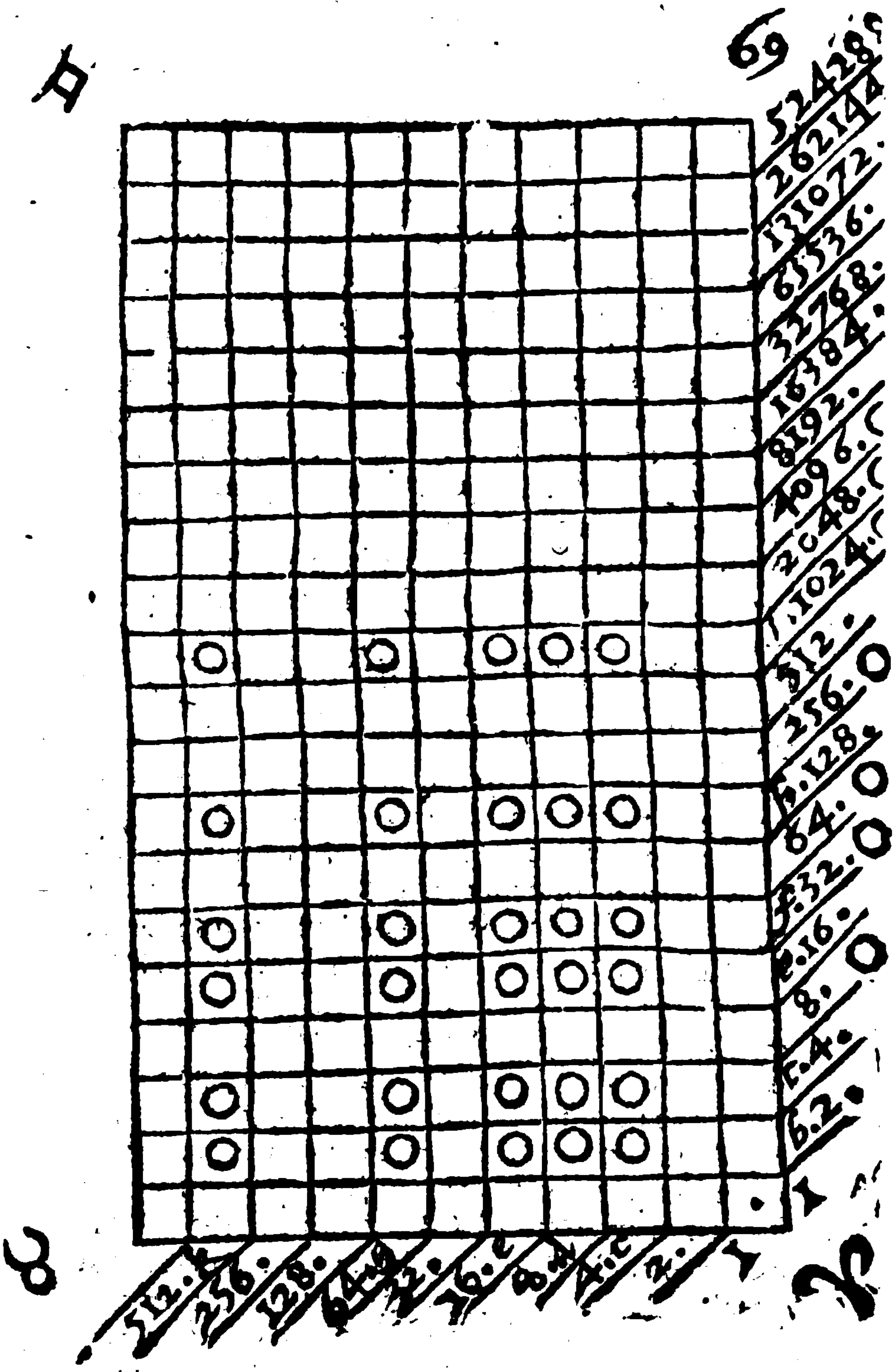
Superest insuper calculus alius arealis inter 64 & 64, quem (quia unicus est) in marginem apud 64 transfero. Vltimò, inter 128 & 128, reperitur calculus in area, quem (quia unicus est) in marginem juxta 128 transfero. Et ita ex calculis marginalibus juxta 128, 64, 32, 16, 4, 2, & 1 positis, habentur 247 multiplum quæsitum, quod ex ductu 19 in 13 provenit. Verùm, hæc omnia faciliùs intelliguntur, per calculos in abaco ampliore mobiles, quàm per hos in hoc alveolo impressos & fixos: ex illis ergo disce.

ALIVD EXEMPLVM.

SINT 1206 (quæ literis l, h, f, e, c, b, & numeris 1024, 128, 32, 16, 4, 2, exprimuntur) multiplicanda per 604, quæ literis k, g, e, d, c, & numeris 512, 64, 16, 8, 4, referuntur, illis in dextro margine, his in sinistro, calculis aut cretâ signatis.

Deponuntur calculi in omnibus eorum angulis communibus; ut in sequente figura quadrangulari perspicitur. Remotis igitur jam notis marginalibus, abbreviandi & transponendi sunt calculi areales mobiles in abaco suo vero (hîc enim picti moveri nequeunt) hoc modo: calculum unicum arealem inter 8 & 8, transpone in marginem dextrum apud 8. Pro calculis duobus inter 16 & 16 pone unum calculum in area inter 32 & 32.

Et


524288
262144
131072
65536.
32768.
16384.
8192.
4096.
2048.
1024.
512.
256.
128.
64.
32.
16.
8.
4.
2.
1
512.
256.
128.
64.
32.
16.
8.
4.
2.
1

Et jam sunt tres calculi in area inter 32 & 32; pro quibus pone calculum unicum in eodem margine apud 32, & alium in area inter 64 & 64. Et jam sunt tres calculi areales inter 64 & 64: pro quibus pone unicum in margine apud 64, & alium in area inter 128 & 128. Et jam habes quatuor calculos areales inter 128 & 128: pro quibus pone duos calculos areales inter 256 & 256. Et jam habes quinque calculos areales inter 256 & 256: pro quibus pone unicum calculum marginalem juxta 256: & duos calculos areales inter 512 & 512. Et ita habes quatuor calculos areales inter 512 & 512: quibus remotis, pone pro ijs duos calculos areales inter 1024 & 1024. Et jam habes quinque calculos areales inter 1024 & 1024: pro quibus pone unicum marginalem juxta 1024, & duos areales inter 2048 & 2048. Et ita habes quinque areales calculos inter 2048 & 2048: quibus remotis, pone pro ijs unicum calculum marginalem juxta 2048, & duos areales inter 4096 & 4096. Et ita habes tres calculos areales inter 4096 & 4096: pro quibus pone unicum marginalem juxta 4096, & alium arealem inter 8192 & 8192. Et ita habes quatuor calculos areales inter 8192 & 8192: pro quibus pone duos calculos areales inter 16384 & 16384. Et ita habes quatuor calculos areales inter 16384 & 16384: pro quibus pone duos areales inter 32768 & 32768. Et habes duos calculos areales inter 32768 & 32768: pro quibus pone unicum arealem inter 65536 & 65536. Et habes in hac area inter hos numeros tres calculos areales: pro quibus pone unicum marginalem juxta 65536, & alium arealem inter 131072 & 131072: hunc autem calculum arealem (quia unicus est) transfer ad marginem juxta 131072. Vltimò omnium reperies calculum arealem inter 524288 & 524288, quem

quem transfer in marginem juxta 524288. Atque ita ex numeris calculorum marginalium juxta 524288, 131072, 65536, 4096, 2048, 1024, 256, 64, 32, & 8 collectis in unum, habes 728424 pro multiplo quæsito, quod ex ductu 1206 in 604 provenit.

Hinc sequitur, quòd ex singulis quibuslibet calculis multiplicandi ductis in omnes calculos multiplicantis, aut contrà, proveniunt series calculorum quas quadranguli segmenta appellamus.

Vt in exempli proximè superioris quadrangulo, series calculorum ab inferiore & sinisteriore k, motu elephantino ascendentium, dicitur segmentum illius quadranguli.

Sic series calculorum supra g ascendentium, dicitur aliud segmentum ejusdem quadranguli.

Simili modo series transversa calculorum, motu elephantino versus l dextrorsum progredientium, est unum ex segmentis ejusdem quadranguli.

Sic etiam series quæ tendit in h, & cæteræ similes.

CA-

CAPVT X.

De Divisione.

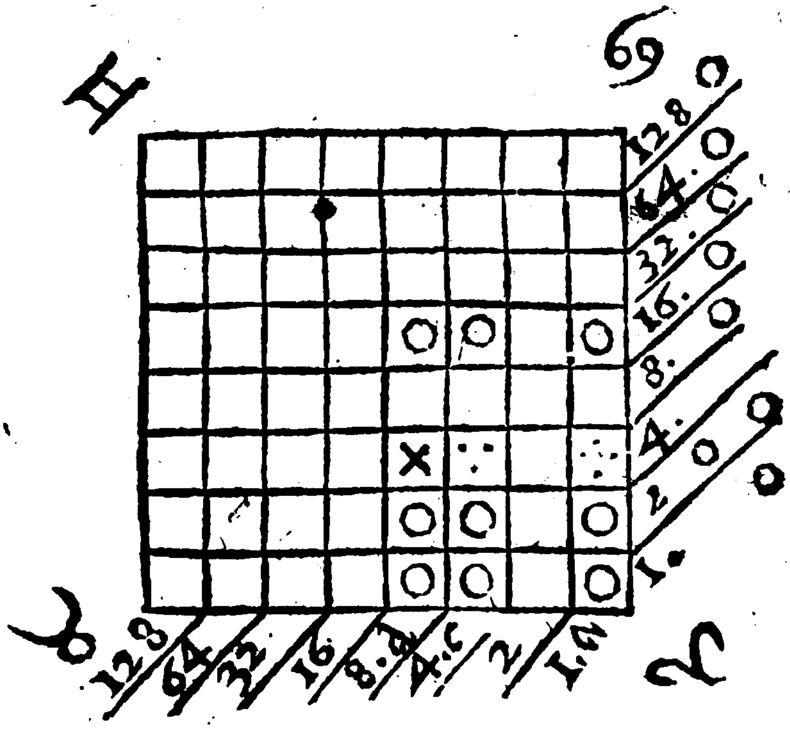
IN Divisione sagittifer à maximo calculo dividendi motu æquali, & elephas à maximo divisoris monstrant communem angulum, à quo series calculorum divisori undique parallela procedens, dicitur segmentum: congruum, si minus fuerit dividendo relicto: alioquin proximè illi substituta series pro segmento congruo capiatur.

Vt mox per exempla in divisione patebit.

Divisio ergo sic se habet: Numerum dividendum calculis in alterutro margine signabis, divisorem autem (distinctionis gratiâ) notis in eodem, sive in alio margine signabis. Inde horum segmentum congruum in area constitue: quo, vel cujus valore, ex dividendo ablato, observa calculos relictos: à quibus etiam dempto suo segmento congruo, notentur & hæ reliquiæ: à quibus iterum, atque iterum, auferantur successivè sua segmenta congrua: donec tandem aut nihil relinquatur, aut saltem numerus divisore minor, & hic seorsim positus indicat novissimas reliquias. Numeri autem laterales alterius marginis, in quos singula con-

congrua segmenta tendunt, simul additi, quotientem verum tibi referent.

Vt sint partienda 250 per 13. Positis calculis in dextro margine juxta 128, 64, 32, 16, 8, & 2 numeros, signetur 250 dividendus : positis autem in altero margine inferiore & sinistro notis apud 8, 4, & 1. signetur 13 divisor. Horum quære primum segmentum congruum hoc modo : Ascende ab 8 infimo per motum elephantis, & progredere ab 128 ad dextram posito per motum sagittiferi: & à communi utriusque angulo colloca seriem calculorum divisori parallelam : hæc in 16 dextrorsum tendit, & est segmentum primum congruum : quod ex dividendo aufer; relinquitur calculus juxta 32, juxta 8, & juxta 2 pro primis reliquijs. Inter horum maximum 32 (motu sagittiferi) & divisoris

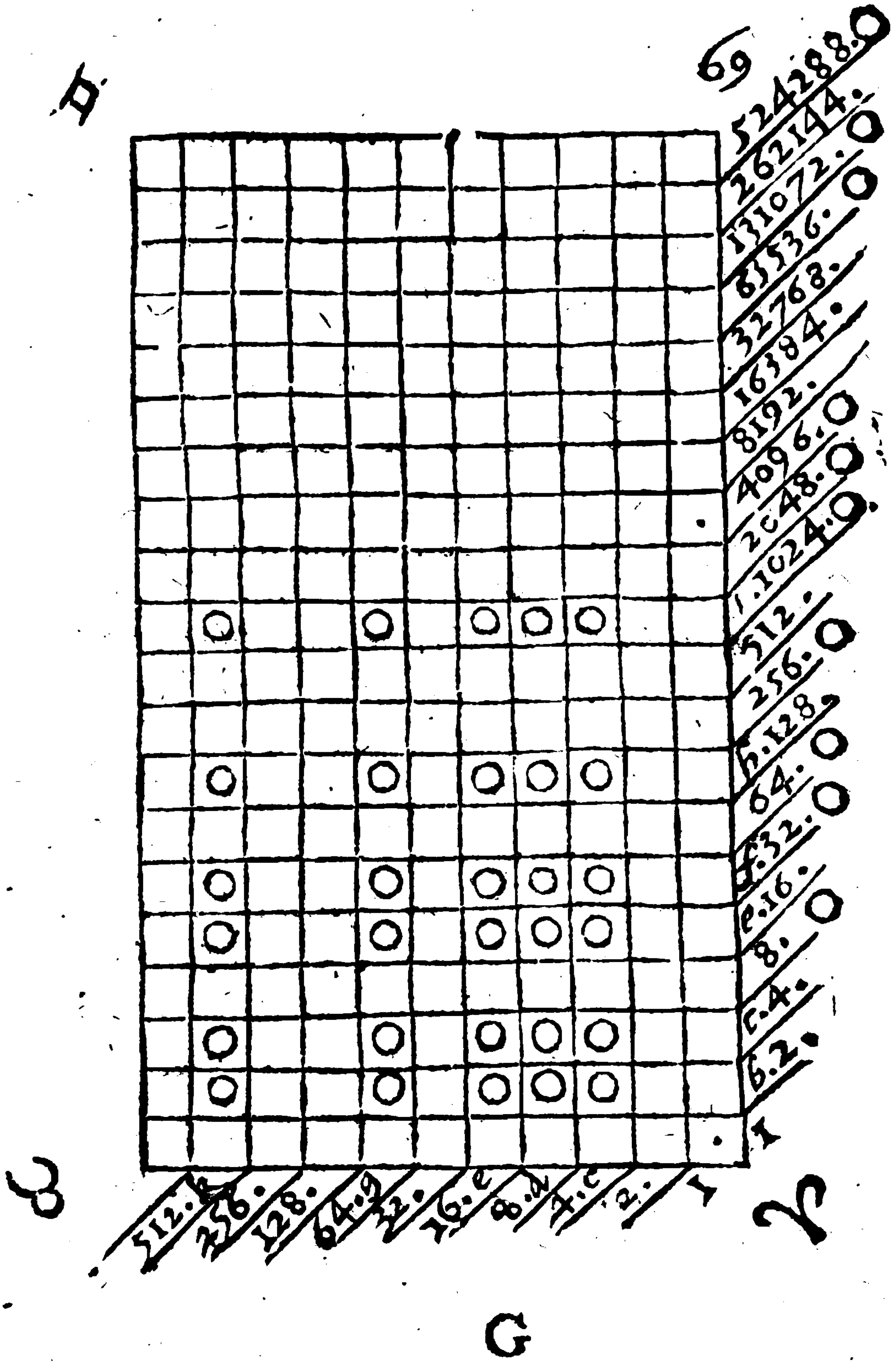


foris maximum 8 (motu elephantis) angulus communis incidit in X; & ita segmentum divisoris esset X •.• •.• , ut in schemate: sed quia hujus valor excedit dictas reliquias, ideo hoc segmento incongruo spreto, pro eo assumimus proximè substitutam seriem calculorum, quæ versus 2 tendit: & hi tres calculi sunt congruum segmentum ex dictis reliquijs auferendum, & tunc remanebit pro secundis reliquijs calculus juxta 16. Inter quem calculum, & maximam notam divisoris, quæratur segmentum congruum; & illud tendet versus 1: suntque tres calculi, quorum valore subducto ex unico illo calculo secundarum reliquiarum, juxta 16 à dextris posito, remanent tandem pro tertijs & ultimis reliquijs, calculus ad dextram juxta 2, & alius juxta 1; quæ indicant tria pro novissimis reliquijs seorsum positis.

Numeri autem dextri marginis, in quos singula congrua segmenta tendunt (scilicet 16, 2, 1,) simul additi, quotientem verum 19 constituunt.

ALIVD EXEMPLVM.

SINT dividenda 728424, per 1206. Fositis calculis apud 524 88, 131072, 65536, 4096, 2048, 1024, 256, 64, 32, 8. designetur numerus dividendus in dextro margine: & positis notis, aut literis juxta numeros 1024, 128, 32, 16, 4, 2, in eodem (si libet) margine notabis divisorem 1206. Horum (ut docuimus) quære segmentum congruum primum, & id directè stabit supra numerum 512, inferius & à sinistris positum: cujus segmenti valor subducatur ex dividendo, & remanent reliquiæ observandæ: ex quibus aufer suum segmentum


524288.
262144.
131072.
65536.
32768.
16384.
8192.
4096.
2048.
1024.
512.
256.
h.128.
64.
f.32.
e.16.
8.
c.4.
b.2.
I
512.k
256.
128.
64.g
32.
16.e
8.d
4.c
2.
1
G

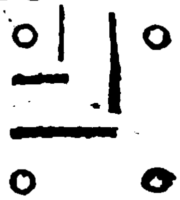
mentum congruum, & remanebunt aliæ, atque aliæ reliquiæ, atque tandem nullæ. Et quinque incident in hoc opere segmenta congrua, quæ directè tendent in numeros inferiùs positos 512, 64, 16, 8, 4, qui additi constituunt 604, quotientem scilicet quæsitum: eodem modo, quo indicat schema secundi exempli multiplicationis, quod & hîc adjectum etiam accipe.

CAPVT XI.

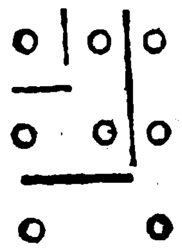
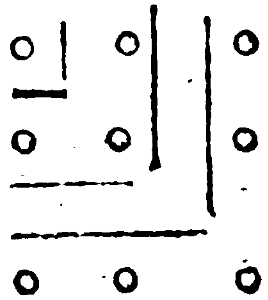
De extractione quadrata.

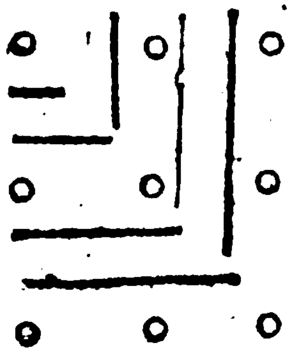
CALCVLVS quàm maximus in areola punctis notata (inter a & ⫛) depositus, qui ex oblato numero cujus radix quadrata est extrahenda, substrahi possit, dicitur caput gnomonum seu quadrati: quod per ipsos gnomones est augendum.

Gnomon hoc loco dicitur series calculorum, quæ adjecta calculo aut quadrato producit majus quadratum.

Vt uni calculo adjice tres, & fiunt quatuor, quæ quadratum sunt hoc situ  vel hoc situ  vel simili.

Huic quadrato quatuor calculorum adjice quinque, & fiunt novem, quæ quadratum sunt hoc

hoc ſitu,  vel hoc 

vel hoc 

vel alio ſimili ſitu. Sic quadrato novem calculorum adjiciendo tertium gnomonem ſeptem calculorum fit quadratum ſedecim calculorum. Et adjiciendo huic quartum gnomonem novem calculorum, fiunt 25. Et huic quintum gnomonem vndecim calculorum, & fiunt 36. Et ita ſemper deinceps creſcit minus quadratum in majus, gnomonum adjectione.

Gnomon quàm maximus qui ex calculis marginalibus relictis ſubſtrahi, & in locum vacuum incidere poſſit, dicitur congruus gnomon.

Vnde ſequitur, quod congruus gnomon incidit ſemper in primo, aut ſecundo loco vacuo, qui calculo marginali maximo proximè ſubſtituitur.

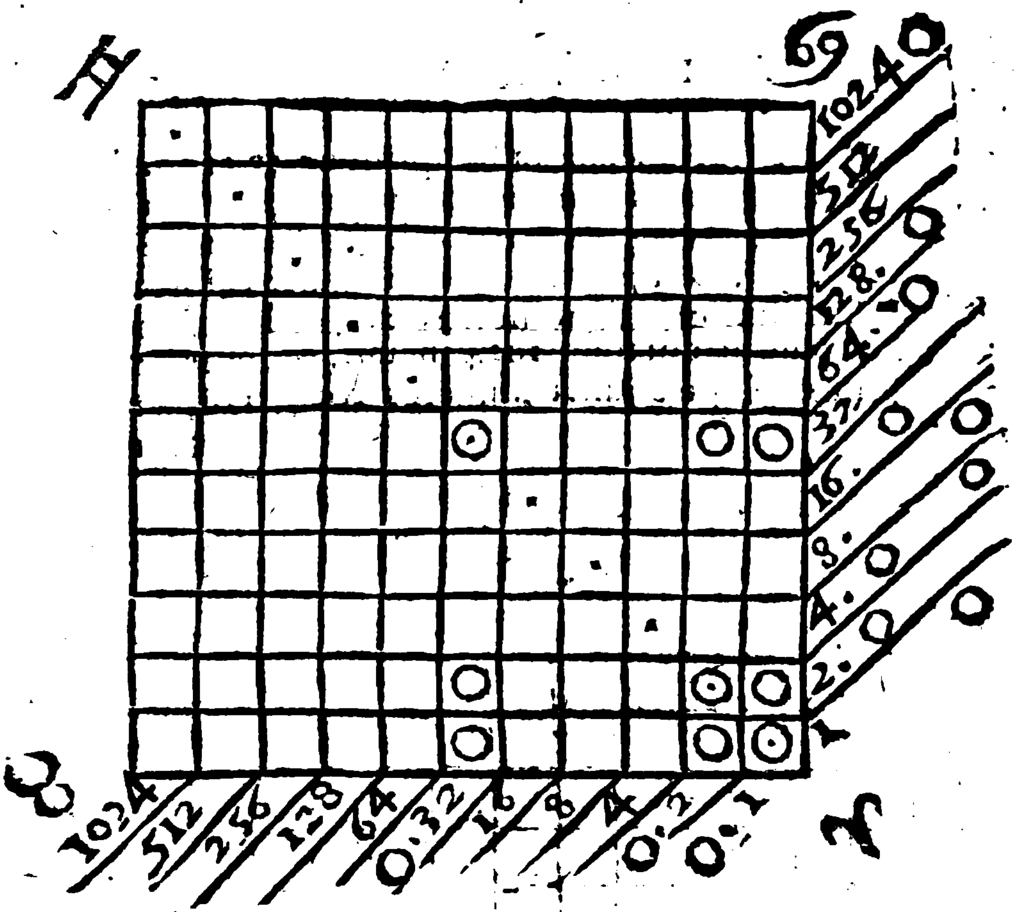
His prælibatis extractio quadrata ſic perficitur. Numerus cujus radix quadrata eſt extrahenda, eſt per ſuas partes ſignandus calculis in margine alterutro: deinde ab hoc au-

ferendus est valor calculi, quem caput Gnomonum appellavimus, ipso manente calculo: & quæ supersunt reliquiæ pro calculis marginalibus primo relictis notentur. Ex his primo relictis aufer primum gnomonem trium calculorum qui congruus fuerit, manente ipso gnomone: & hinc relicti calculi pro secundis notentur. Ex hisce secundis reliquijs aufer suum secundum gnomonem congruum quinque calculorum, manente semper gnomone: & qui hinc restant calculi pro tertijs reliquijs notentur. A quibus perinde aufer suum tertium gnomonem congruum, & habebis quartas reliquias. Simili modo & quintas, & sextas, donec tandem aut nullæ fuerint reliquiæ, aut omni gnomone minimo minores. Cæteri autem calculi, qui areales sunt, constituunt integram quadratam figuram, à cujus singulis ordinibus deducti calculi in marginem alterum, radicem veram quæsitam indicant.

EXEMPLVM.

SIT extrahenda radix quadrata ex 1238. Numerum hunc signabis calculis in margine altero, utpote dextro, juxta numeros 1024, 128, 64, 16, 4, 2, ut in sequente Schemate.

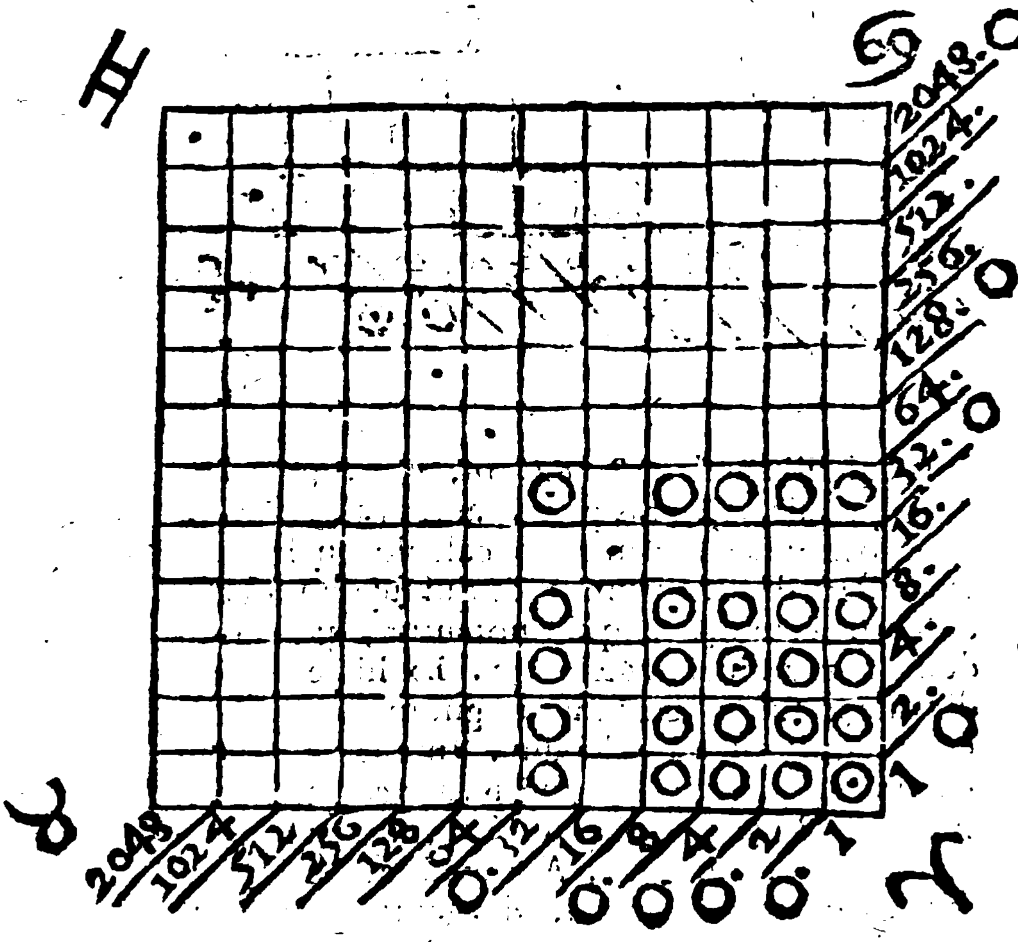
Deinde deponatur calculus in areola punctis notata quæ valet 1024, & caput Gnomonum sit; quo manente immoto, aufer ipsius valorem ex dictis calculis marginalibus, & supersunt



ſunt calculi apud 128, 64, 16, 4, 2, pro reliquijs primis. Ex his primis aufer valorem primi gnomonis congrui trium calculorum in area (ut vides) depoſitorum: & qui ſuperſunt calculi pro ſecundis reliquijs notentur, quæ incident juxta numeros 64, 16, 2. Ex hiſce ſecundis aufer ſuum ſecundum gnomonem congruum quinque calculorum, (manente tamen gnomone in area) & ſupererunt calculi juxta numeros 8, 4, 1, qui additi faciunt 13 pro tertijs & ultimis reliquijs. A ſingulis autem trium hujus quadrati ordinum, dirigantur calculi in marginem alterum inferiorem, & hi juxta numeros 32, 2, & 1 incident, qui additi sunt 35, radix quadrata quam quæsivimus.

ALIVD EXEMPLVM.

SIT extrahenda radix quadrata ex 2209. Numerus is constituatur in margine alterutro, v. g. dextro, calculis juxta 2048, 128, 32, & 1 positis. Ab his aufer valorem calculi qui caput gnomonis est, quod in areolam punctis notatam 1024 incidit, & supersunt primæ reliquiæ juxta numeros 1024, 128, 32, & 1.



& 1. Hinc aufer valorem primi gnomonis congrui in area depositi, & supersunt secundæ reliquiæ juxta numeros marginales 512, 64, 32, 1. Ex his aufer valorem secundi gnomonis congrui in area depositi, & supersunt tertiæ reliquiæ juxta numeros marginales 256, 16, 1.

Ex his tertijs aufer valorem sui tertij gnomonis congrui, & provenient quartæ reliquiæ in margine juxta numeros 64, 16, 8, 4, 1. Denique ex his quartis reliquijs aufer valorem quarti gnomonis congrui, & nihil remanebit pro novissimis reliquijs. Radix autem quæsita colligitur ex calculis quinque lateralibus, quos singuli hujus quadrati ordines in margine dirigunt: hi enim sunt juxta numeros 32, 8, 4, 2, 1: qui additi constituunt 47 radicem quæsitam, ut videre est in schemate, quoad pictura patitur: motus etenim calculorum multò faciliùs & certiùs in abaco majore, & calculis suis mobilibus, quàm in his prælo fixis & immobilibus intelligitur; ut superiùs etiam admonuimus. Atque hîc finem ARITHMETICAE LOCALI imponimus. DEO soli laus omnis & honor tribuatur.

FINIS.