Description du jeu de Nim

par Claude Gaspard Bachet, sieur de Méziriac

PROBLEME

XXII.

Si deux ont proposé entre eux, de dire chaſcun l'vn apres l'autre alternatiuement vn nombre à plaiſir, qui toutesfois ne ſurpaſſe point vn certain nombre prefix, pour voir adiouſtant enſemble les nombres qu'ils diront, qui arriuera pluſtoſt à quelque nombre preſcrit; faire ſi bien qu'on arriue touſiours le premier au nombre deſtiné.

SOIT 100. le nombre deſtiné, & que le nombre prefix, qu'on ne peut paſſer ſoit 10. ſi bien qu'il ſoit permis de dire 10. ou tout nombre moindre. Par exemple le premier die 7. le ſecond 10. qui font 17. puis le premier prenne 5. qui font 22. & le ſecond prenne 8. qui font 30. & ainſi touſiours l'vn apres l'autre alternatiuement prenne vn nombre à plaiſir, ne

ſurpaſ

PROBLEME XXII

Si deux ont proposé entre eux, de dire chacun l'un après l'autre alternativement un nombre à plaisir, qui toutefois ne surpasse point un certain nombre préfixé, pour voir ajoutant ensemble les nombres qu'ils diront, qui arrivera plus tôt à quelque nombre prescrit ; faire si bien qu'on arrive toujours le premier au nombre destiné.

Soit 100 le nombre destiné, et que le nombre préfixé, qu'on ne peut (dé)passer soit 10, si bien qu'il soit permis de dire 10, ou tout nombre moindre. Par exemple le premier dit 7, le second 10, qui font 17, puis le premier prend 5 qui font 22. Et le second prend 8 qui font 30, et ainsi toujours l'un après l'autre alternativement prend un nombre à plaisir, ne (surpassant)

Traduction de la traduction : Le jeu se joue à deux, et chaque tour de jeu consiste à additionner à la somme courante un entier choisi dans un intervalle (par exemple, de 1 à 10). La somme initiale est nulle. Le premier joueur qui dépasse un seuil (ici 100) fixé d'avance, gagne. Le jeu est équivalent à un jeu de Nim dans lequel il y a 100 graines en un tas, et où chaque joueur enlève entre 1 et 10 graines à la fois, le joueur qui prend la dernière graine gagne. Bachet montre une stratégie gagnante pour le premier joueur.

ſurpaſſant point 10. & qu'on adiouſte touſiours les nombres qu'ils diront, iuſques à ce qu'on paruienne à 100. & que celuy qui dira le nombre accompliſſant 100. ſoit reputé pour vainqueur. Or pour vaincre infalliblement, adiouſte 1. au nombre qu'on ne peut paſſer, qui eſt icy 10. tu auras 11. & oſte continuellement 11. du nombre deſtiné 100. tu auras ces nombres. 89. 78. 67. 56. 45. 34. 23. 12. 1. Partant ſi tu commences à dire 1. quel nombre que ton aduerſaire die, il ne te pourra empeſcher de paruenir à 12. & de là à 23. & de là, à 34. & de là, à 45. & de là, à 56. & de là, à 67. & de là, à 78. & de là, à 89. & finalement de là, à 100. Dont il appert que ſi les deux qui ioüent à ce ieu ſçauent tous deux la fineſſe infalliblement celuy qui commence emporte la victoire. Toutesfois ce n'eſt pas reigle generale, car ſi l'on changeoit le nombre deſtiné à ſçauoir 100. ou le nombre qu'on ne peut paſſer à ſçauoir 10. la choſe pourroit aller autrement, comme ie declareray cy-apres. DEMONSTRATION. LA demonſtration de cecy eſt aſſez euidente, ſi l'on conſidere attentiuement la facon que i'ay donnee pour former la regle generale. Car en l'exemple propoſé (qui nous ſeruira pour tout autre) quand tu prens 11. ſurpaſſant d'vn le nombre 10. que l'ō ne peut ſurpaſſer, & que tu l'oſtes de 100. dont il reſte 89. il appert que ſi tu dis 89. quoy que die ton aduerſaire, il ne te peut empeſcher de paruenir à 100. Car premierement quād il	surpassant point 10 et qu'on ajoute toujours les nombres qu'ils diront, jusqu'à ce qu'on parvienne à 100. Et que celui qui dira le nombre accomplissant 100 soit réputé pour vainqueur. Or pour vaincre infailliblement, ajoute 1 au nombre qu'on ne peut passer, qui est ici 10 (tu auras 11) et ôte continuellement 11 du nombre destiné 100. Tu auras ces nombres 89, 78, 67, 56, 45, 34, 23, 12, 1. Partant, si tu commences à dire 1, quel (que soit le) nombre que ton adversaire dise, il ne te pourra empêcher de parvenir à 12. Et de là à 23, et de là à 34, et de là à 45, et de là à 56, et de là à 67, et de là à 78, et de là à 89. Et finalement de là à 100. Dont il apparaît que si les deux qui jouent à ce jeu savent tous deux la finesse, infailliblement celui qui commence emporte la victoire. Toutefois ce n'est pas la règle générale, car si l'on changeait le nombre destiné à savoir 100, ou le nombre qu'on ne peut passer à savoir 10, la chose pourrait aller autrement, comme je déclarerai ci-après. DEMONSTRATION La démonstration de ceci est assez évidente, si l'on considère attentivement la façon que j'ai donnée pour former la règle générale. Car en l'exemple proposé (qui nous servira pour tout autre) quand tu prends 11, surpassant d'un le nombre 10 (que l'on ne peut surpasser), et que tu l'ôtes de 100 (dont il reste 89), il apparaît que si tu dis 89, quoi que dise ton adversaire, il ne te peut empêcher de parvenir à 100. Car premièrement quand (il)

La stratégie consiste à parcourir une suite arithmétique dont la raison est 11 (ici, en général un de plus que le plus grand nombre qu'on peut choisir) et le premier terme choisi de façon à empêcher l'adversaire de gagner (ici on s'arrange pour arriver à 89 qui empêche d'arriver à 100 en un coup mais le permet en 2 coups), ce qui est gagnant.

il diroit le plus grand nombre qu'il puiſſe dire à ſcauoir 10. il ne peut paruenir à 100. d'autant qu'entre 89,& 100. l'interualle eſt 11. mais il ne paruiendra qu'à 99. & partant il ne te reſtera qu'vn pour accomplir 100.

Secondement quand il diroit le moindre nombre qu'il puiſſe dire, à ſcauoir 1. tu ne lairras pourtant de gaigner, car il ne te reſtera que 10. pour paruenir à 100. d'autant que la difference de 89. à 100.eſtant 11.s'il adiouſte 1. à 89. il ne te faudra adiouſter que 10.pour parfaire 100.

Finalement quel autre nombre qu'il die entre 1.& 10.il eſt trop euident qu'a plus forte raiſõ tu pourras accomplir 100. Pour la meſme cauſe ſi de 89.tu oſtes 11. dont il reſte 78. il appert qu'ayant pris 78. ton aduerſaire ne te peut empeſcher de venir à 89.& pour la meſme raiſon ayãt dit 67. on ne te peut empeſcher de dire 78.& ainſi de tous les autres nombres aſſignez qui reſtent oſtant continuellement 11. Donceques la regle eſt infallible & parfaictement demonſtree.

ADVERTISSEMENT.

On peut apporter de la diuerſité en la practique de ce ieu.

Premierement à cauſe que le nombre deſtiné pour y paruenir, peut eſtre quel nombre que l'on voudra choiſir, par exemple au lieu de 100. *on ſe pourroit propoſer* 120. *& alors les nombres qu'il faudroit remarquer ſeroyent.*109.98.87.76.65.54.43.32.21.10. *Où il appert auſſi que celuy qui commenceroit gaigneroit infalliblement.*

Secondement pource que le nombre prefix que l'on ne peut

il dirait le plus grand nombre qu'il puisse dire à savoir 10, il ne peut parvenir à 100, d'autant qu'entre 89 et 100 l'intervalle est 11 ; mais il ne parviendra qu'à 99 et partant il ne te restera qu'un pour accomplir 100.

Secondement quand il dirait le moindre nombre qu'il puisse dire, à savoir 1, tu ne laisseras pourtant de gagner, car il ne te restera que 10, pour parvenir à 100 ; d'autant que la différence de 89 à 100 étant 11, s'il ajoute 1 à 89, il (ne) te faudra ajouter que 10 pour parfaire 100.

Finalement quel autre nombre qu'il dise entre 1 et 10 il est trop évident qu'à plus forte raison tu pourras accomplir 100. Pour la même cause si de 89 tu ôtes 11, dont il te reste 78, il apparaît qu'ayant pris 78, ton adversaire ne te peut empêcher de venir à 89 ; et pour la même raison ayant dit 67, on ne te peut empêcher de dire 78, et ainsi de tous les nombres assignés qui restent ôtant continuellement 11. Donc la règle est infaillible et parfaitement démontrée.

AVERTISSEMENT

On peut apporter de la diversité en la pratique de ce jeu.

Premièrement à cause que le nombre destiné pour y parvenir peut être (n'importe) quel nombre que l'on voudra choisir, par exemple au lieu de 100 on se pourrait proposer 120. Et alors les nombres qu'il faudrait remarquer seraient 109, 98, 87, 76, 65, 54, 43, 32, 21, 10. Où il apparaît aussi que celui qui commencerait gagnerait infailliblement.

Secondement pour ce que le nombre préfixé que l'on ne (peut)

La stratégie consiste à prédéfinir (par suite arithmétique) des étapes intermédiaires « gagnantes ». On peut y voir l'ébauche d'un graphe du jeu.

peut paſſer, ſe peut auſſi changer à plaiſir. Par exemple voulant touſiours paruenir à 100. on pourroit pour le nombre prefix choiſir 8. & alors les nombres qu'il faudroit remarquer ſeroyent 91. 82. 73. 64. 55. 46. 37. 28. 19. 10. 1. & celuy qui commenceroit gagneroit auſſi. Mais ſi l'on prenoit 9. pour le nombre prefix, les nombres à remarquer ſeroyent 90. 80. 70. 60. 50. 40. 30. 20. 10. Partant il appert que celuy qui commenceroit pourroit perdre, ſi l'autre entẽdoit le ſecret du ieu, d'autant que le premier ne pouuant paſſer 9. ne pourroit paruenir à 10. & ne pouuant dire moins que 1. il ne pourroit empeſcher que l'autre ne paruint à 10. & partant il ne pourroit empeſcher qu'il ne paruint à tous les autres nombres conſecutiuement & finalement à 100. *Mais il eſt certain que tous ces ieux ne ſe font pas ordinairement auec ceux qui les ſçauent deſia, ains auec ceux qui les ignorent. Partant ſi ton aduerſaire nẽ ſçait pas la fineſſe du ieu, tu ne dois pas prendre touſiours tous les nombres remarquables & neceſſaires, pour gaigner infalliblement, car faiſant ainſi tu deſcouuriras trop l'artifice, & s'il eſt homme de bon eſprit il remarquera tout incontinent ces nombres là, voyant que tu choiſis touſiours les meſmes, mais au commencement tu peux dire à la volée des autres nombres, iuſques à ce que tu approches du nombre deſtiné, car alors tu pourras ſubtilement accrocher quelqu'vn des nombres neceſſaires de peur d'eſtre ſurpris.*	*peut passer, se peut aussi changer à plaisir. Par exemple voulant toujours parvenir à 100, on pourrait pour le nombre préfixé choisir 8. Et alors les nombres qu'il faudrait remarquer seraient 91, 82, 73, 64, 55, 46, 37, 28, 19, 10, 1. Et celui qui commencerait gagnerait aussi. Mais si l'on prenait 9 pour le nombre préfixé, les nombres à remarquer seraient 90, 80, 70, 60, 50, 40, 30, 20, 10. Partant il apparaît que celui qui commencerait pourrait perdre si l'autre entendait le secret du jeu d'autant que le premier ne pouvant (dé)passer 9, ne pourrait parvenir à 10. Et ne pouvant dire moins que 1, il ne pourrait empêcher l'autre ne parvînt à 10. Et ne pouvant dire moins que 1, il ne pourrait empêcher que l'autre ne parvînt à 10. Et partant il ne pourrait empêcher qu'il ne parvînt à tous les autres nombres consécutivement et finalement à 100.* *Mais il est certain que tous ces jeux ne se font pas ordinairement avec ceux qui les savent déjà, mais avec ceux qui les ignorent. Partant si ton adversaire ne sait pas la finesse du jeu, tu ne dois pas prendre toujours tous les nombres remarquables et nécessaires, pour gagner infailliblement, car faisant ainsi tu découvriras trop l'artifice, et s'il est homme de bon esprit il remarquera tout incontinent ces nombres là, voyant que tu choisis toujours les mêmes, mais au commencement tu peux dire à la volée des autres nombres jusqu'à ce que tu approches du nombre destiné, car alors tu pourras subtilement accrocher (quelqu')un des nombres nécessaires de peur d'être surpris.*

Remarque épistémique : La connaissance de la stratégie gagnante enlevant tous son intérêt au jeu, celui-ci ne peut être populaire que tant qu'il ne l'est pas assez pour être connu…

Le problème 22 est extrait de la seconde édition de *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres*, de Claude Gaspard Bachet de Méziriac[1], ouvrage consultable notamment sur Gallica, et dont une bonne part est consacrée à des « programmes de calcul ».

Traduction du français au français par Alain Busser, IREM de La Réunion.

1 Édition de 1624, imprimée à Lyon par Pierre Rigaud & associés, rue Mercière, au coin de la rue Ferrandière, à l'Enseigne de La Fortune. L'exemplaire ici utilisé est celui numérisé par la bibliothèque de l'Université de Göttingen.