Liban Juin 2017

Exercice 4 (Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité)

Un numéro de carte bancaire est de la forme :

$$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10} a_{11} a_{12} a_{13} a_{14} a_{15} c$$

où a_1 , a_2 , ..., a_{15} et c sont des chiffres compris entre 0 et 9.

Les quinze premiers chiffres contiennent des informations sur le type de carte, la banque et le numéro de compte bancaire.

c est la clé de validation du numéro. Ce chiffre est calculé à partir des quinze autres.

L'algorithme suivant permet de valider la conformité d'un numéro de carte donné.

$I \leftarrow 0$
$P \leftarrow 0$
$R \leftarrow 0$
Pour k allant de 0 à 7 :
  $R \leftarrow$ reste de la division euclidienne de $2a_{2k+1}$ par 9
  $I \leftarrow I + R$
Fin Pour
Pour k allant de 1 à 7 :
  $P \leftarrow P + a_{2k}$
Fin Pour
S ← I + P + c

1. On considère le numéro de carte suivant : 5635 4002 9561 3411.
   a. Compléter le tableau en annexe permettant d'obtenir la valeur finale de la variable I.
   b. Justifier que le numéro de la carte 5635 4002 9561 3411 est correct.
   c. On modifie le numéro de cette carte en changeant les deux premiers chiffres. Le premier chiffre (initialement 5) est changé en 6. Quel doit être le deuxième chiffre a pour que le numéro de carte obtenu 6a35 4002 9561 3411 reste correct ?
2. On connaît les quinze premiers chiffres du numéro d'une carte bancaire. Montrer qu'il existe une clé c rendant ce numéro de carte correct et que cette clé est unique.
3. Un numéro de carte dont les chiffres sont tous égaux peut-il être correct ? Si oui, donner tous les numéros de carte possibles de ce type.
4. On effectue le test suivant : on intervertit deux chiffres consécutifs distincts dans un numéro de carte correct et on vérifie si le numéro obtenu reste correct. On a trouvé une situation où ce n'est pas le cas, l'un des deux chiffres permutés valant 1. Peut-on déterminer l'autre chiffre permuté ?

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 4 – Question 1. a. Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

k	0	1	2	3	4	5	6	7
a_{2k+1}								
$2a_{2k+1}$								
R								
I								