

Page 353 ex 39

Traduction de l'énoncé :

- $P(A) = 5\%$;
 - $P_A(B) = 20\%$;
 - $P_{\bar{A}}(B) = 3\%$.
1. $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 5\% \times 20\% = 1\%$.
 2. $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = 1\% + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B) = 1\% + 95\% \times 3\% = 3,85\%$.
 3. $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1\%}{3,85\%} = \frac{20}{77}$.

Page 353 ex 40

1. « A a au moins un as » est l'événement contraire de « A n'a pas d'as ».
$$P(\text{A n'a pas d'as.}) = \frac{48}{52} \times \frac{47}{51} \times \frac{46}{50} \times \frac{45}{49} \times \frac{44}{48} \approx 0,659$$
 donc
$$P(\text{A a au moins 1 as}) \approx 1 - 0,659 \approx 0,341$$
 .
2. B a un as revient à dire qu'on distribue 5 cartes à A d'un jeu de 47 cartes avec 3 as.
$$P_{B \text{ a un as}}(\text{A n'a pas d'as}) = \frac{44}{47} \times \frac{43}{46} \times \frac{42}{45} \times \frac{41}{44} \times \frac{40}{43} \approx 0,708$$
 d'où
$$P_{B \text{ a un as}}(\text{A a au moins un as}) = 1 - P_{B \text{ a un as}}(\text{A n'a pas d'as}) \approx 1 - 0,708 \approx 0,292$$
 .
3. Idem 2., avec un jeu de 47 cartes avec 4 as.
$$P_{B \text{ n'a pas d'as}}(\text{A n'a pas d'as}) = \frac{43}{47} \times \frac{42}{46} \times \frac{41}{45} \times \frac{40}{44} \times \frac{39}{43} \approx 0,628$$
 d'où
$$P_{B \text{ n'a pas d'as}}(\text{A a au moins un as}) = 1 - P_{B \text{ n'a pas d'as}}(\text{A n'a pas d'as}) \approx 1 - 0,628 \approx 0,372$$
 .

Page 353 ex 41

1. $P(F) + P(A) + P(C) + P(I) = 2P(F) + 2P(F) + 2P(F) = 1$ d'où $P(F) = \frac{1}{6} = P(A)$ et
$$P(C) = P(I) = \frac{1}{3}$$
 .
2. a. On a : $P(S \cap A) = P_A(S) \times P(A) = 0,5 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$
b. F, A, C, I forment une partition, s'il y a un achat c'est chez l'un des 4 et l'achat se fait sur un seul site (intersection vide). (F, A, C, I sont non vides) d'où :
$$P(S) = P(S \cap A) + P(S \cap F) + P(S \cap I) + P(S \cap C)$$
$$P(S) = \frac{1}{12} + 0,2 \times \frac{1}{6} + 0,4 \times \frac{1}{3} + 0,1 \times \frac{1}{3} = \frac{3,4}{12} = \frac{17}{60}$$

c.
$$P_S(C) = \frac{P(S \cap C)}{P(S)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{60}} = \frac{2}{17}$$
 .

Page 353 ex 42

1. En statistiques, la loi des grands nombres exprime le fait que les caractéristiques d'un échantillon aléatoire se rapprochent des caractéristiques statistiques de la population lorsque la taille de l'échantillon augmente, autrement dit ici, la fréquence de parties gagnées doit s'approcher de la probabilité de gagner une partie pour un grand nombre de parties effectuées, soit :

$$P(\text{Gagner}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{10} + \frac{1}{6} = \frac{4}{15}$$

2.

```
1  VARIABLES
2  U EST_DU_TYPE NOMBRE
3  N EST_DU_TYPE NOMBRE
4  I EST_DU_TYPE NOMBRE
5  Compteur EST_DU_TYPE NOMBRE
6  DEBUT_ALGORITHME
7  LIRE N
8  Compteur PREND_LA_VALEUR 0
9  POUR I ALLANT_DE 1 A N
10  DEBUT_POUR
11  U PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(1,2)
12  SI (U==1) ALORS
13  DEBUT_SI
14  SI (ALGOBOX_ALEA_ENT(1,5)<=1) ALORS
15  DEBUT_SI
16  Compteur PREND_LA_VALEUR Compteur+1
17  FIN_SI
18  FIN_SI
19  SINON
20  DEBUT_SINON
21  SI (ALGOBOX_ALEA_ENT(1,3)<=1) ALORS
22  DEBUT_SI
23  Compteur PREND_LA_VALEUR Compteur+1
24  FIN_SI
25  FIN_SINON
26  FIN_POUR
27  AFFICHER "Pour "
28  AFFICHER N
29  AFFICHER " parties jouées, la fréquence de gain est de "
30  AFFICHERCALCUL Compteur/N
31  FIN_ALGORITHME
```

3. ***Algorithme lancé***

Entrer N : 10000

Pour 10000 parties jouées, la fréquence de gain est de 0.2626

Algorithme terminé

Algorithme lancé

Algorithme lancé

Entrer N : 100000

Pour 100000 parties jouées, la fréquence de gain est de 0.26661

Algorithme terminé

Algorithme lancé

Entrer N : 500000

Pour 500000 parties jouées, la fréquence de gain est de 0.266364

Algorithme terminé

Il y a bien cohérence puisque $\frac{4}{15} \approx 0,266667$.

4. On peut considérer un jeu avec deux urnes choisies au hasard et contenant :

- Urne 1 : 4 boules blanches et une boule rouge

- Urne 2 : 2 boules blanches et une boule rouge

La partie est gagnée lorsqu'après avoir choisi une urne au hasard on tire une boule et qu'elle est rouge.

En annexes : les deux fichiers AlgoBox et un fichier Python (Python est installé sur Lordi).