

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Vocabulaire</b>	<b>9</b>
1.1	Définitions . . . . .	9
1.1.1	Sommets . . . . .	9
1.1.2	Graphes . . . . .	10
1.1.3	Connexité . . . . .	14
1.1.4	Coloration . . . . .	14
1.2	Polyèdres . . . . .	15
1.2.1	Tétraèdre . . . . .	16
1.2.2	Octaèdre . . . . .	17
1.2.3	Cube . . . . .	17
1.2.4	Prismes . . . . .	18
1.2.5	Solides de Kuratowski . . . . .	18
<b>2</b>	<b>Coloriage</b>	<b>21</b>
2.1	Planarité . . . . .	21
2.1.1	Définition . . . . .	21
2.1.2	Théorème de Kuratowski . . . . .	22
2.2	Le jeu de Snort . . . . .	23
2.2.1	Simon Norton . . . . .	23
2.2.2	Règle du jeu . . . . .	23
2.2.3	Analyse du jeu . . . . .	25
2.3	Le jeu de Col . . . . .	26
2.3.1	Colin Vout . . . . .	26
2.3.2	Règle du jeu . . . . .	26
2.3.3	Exemple . . . . .	27
2.3.4	Analyse du jeu . . . . .	28
2.4	Nombre chromatique . . . . .	29
2.4.1	Coloration propre . . . . .	30
2.4.2	Nombre chromatique d'un graphe . . . . .	30
2.4.3	Nombre chromatique plus grand que 4 . . . . .	40
2.5	Sudoku . . . . .	42

<b>3</b>	<b>Parcours</b>	<b>43</b>
3.1	Hamilton	43
3.1.1	De Bâle jusqu'à Saint-Petersbourg	43
3.1.2	Le parcours du cavalier	43
3.1.3	Le graphe du dodécaèdre	49
3.1.4	Le jeu icosien	50
3.1.5	Parcours hamiltonien	50
3.2	Euler	52
3.2.1	Halte à Kaliningrad	52
3.2.2	Théorème d'Euler	54
3.2.3	Le lemme des poignées de mains	55
3.3	Markov	56
3.3.1	Jouer avec un dé	56
3.3.2	Chaîne de Markov	59
3.3.3	Arbres pondérés	64
<b>4</b>	<b>Embouteillages</b>	<b>67</b>
4.1	Jeux de poursuite	67
4.1.1	Principe	67
4.1.2	Degré d'un sommet	69
4.1.3	Exemples	70
4.1.4	Jeux antiques	72
4.1.5	Le jeu militaire	75
4.1.6	Madelinette	78
4.2	Jeux d'inspiration malayo-polynésienne	82
4.2.1	Un graphe historique	82
4.2.2	Le jeu des deux châteaux	83
4.2.3	De Madagascar à Hawai'i	87
4.3	Taquins	92
4.3.1	Les jeux de M. Fleury	93
4.3.2	Taquin sur graphe	94
4.3.3	Sliding tokens	101
<b>5</b>	<b>Distances</b>	<b>105</b>
5.1	Définitions	105
5.1.1	Longueur d'un chemin	105
5.1.2	Excentricité d'un sommet	108
5.1.3	Rayon et diamètre	110
5.1.4	Sommets particuliers	111
5.2	Graphes pondérés	112
5.2.1	Dijkstra	113
5.2.2	Le voyageur de commerce	115

<b>6</b>	<b>Jeux de type Nim</b>	<b>117</b>
6.1	Exemples . . . . .	117
6.1.1	Jeu de Nim . . . . .	117
6.1.2	Jeu de la soustraction . . . . .	120
6.1.3	Graphes orientés . . . . .	121
6.1.4	Départ et arrivées . . . . .	122
6.2	Théorie de Sprague et Grundy . . . . .	125
6.2.1	Stratégie gagnante . . . . .	125
6.2.2	Stratégie de Grundy . . . . .	127
6.3	Avec plusieurs pions . . . . .	128
6.3.1	Un seul pion maximum par sommet . . . . .	128
6.3.2	Plusieurs pions possibles par sommet . . . . .	130
6.3.3	Annihilation de pions . . . . .	132
<b>7</b>	<b>Réseaux de Petri</b>	<b>135</b>
7.1	Théorie de Petri . . . . .	135
7.1.1	Places et transitions . . . . .	135
7.1.2	Jetons . . . . .	136
7.2	Jeux sur réseaux de Petri . . . . .	137
7.2.1	Règle du jeu . . . . .	137
7.2.2	Un exemple . . . . .	138
7.2.3	Autres exemples . . . . .	142
7.3	Analyse d'un jeu sur réseau de Petri . . . . .	147
<b>8</b>	<b>Automates et programmes</b>	<b>151</b>
8.1	Automates . . . . .	151
8.1.1	Automates en tant que réseaux de Petri . . . . .	151
8.1.2	Automates en tant que graphes orientés étiquetés . . . . .	151
8.1.3	Remarques historiques . . . . .	153
8.1.4	Jeu sur automate . . . . .	155
8.2	Exemples d'automates . . . . .	156
8.2.1	Automates de Kleene . . . . .	156
8.2.2	Automates de Mealy . . . . .	161
8.3	Programmes de calcul . . . . .	167
8.3.1	Exemples . . . . .	167
8.3.2	Le jeu d'Isbell . . . . .	172
8.4	Programmes et organigrammes . . . . .	174
8.4.1	Machines de Turing . . . . .	174
8.4.2	Turing après la guerre . . . . .	175
<b>9</b>	<b>Destruction de graphes</b>	<b>177</b>
9.1	Jeux de coloriage . . . . .	177
9.1.1	Jeu de Snort . . . . .	177
9.1.2	Jeu de Col . . . . .	181
9.2	Hackenbush . . . . .	184
9.3	Bridg-it . . . . .	187

9.3.1	Le jeu de Gale . . . . .	187
9.3.2	Switching game . . . . .	190
<b>10</b>	<b>Construction de graphes</b>	<b>197</b>
10.1	Degré des sommets . . . . .	197
10.1.1	Suite graphique . . . . .	199
10.1.2	Hashiwokakero . . . . .	200
10.2	Sprouts . . . . .	201
10.2.1	Lucasta . . . . .	201
10.2.2	Sprouts à l'école . . . . .	208
<b>11</b>	<b>Fonctions</b>	<b>213</b>
11.1	Relations . . . . .	213
11.1.1	Diagramme sagittal . . . . .	213
11.1.2	Applications et fonctions . . . . .	216
11.1.3	Fonctions et automates . . . . .	218
11.2	Flow programming . . . . .	221
11.2.1	Fonctions . . . . .	221
11.2.2	Relations . . . . .	221
11.2.3	Opérations . . . . .	222
11.2.4	Au brevet des collèges . . . . .	224
11.3	Conclusion . . . . .	226
<b>12</b>	<b>Conclusion et annexes</b>	<b>227</b>